UNIVERSIDAD AUTONOMA DE BAJA CALIFORNIA

ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO

Ing. Electrónica

Rosa Martha López Gutiérrez

Liliana Cardoza Avendaño

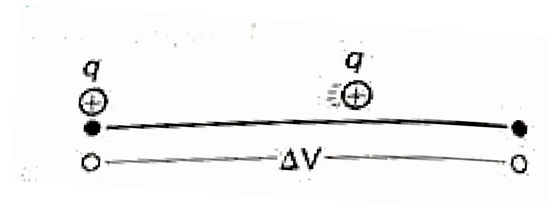
Ensenada B. C. Agosto 2016

Problema #4

Un deuterón es acelerado entre dos puntos donde hay una diferencia potencial. Si el deuterón alcanza una velocidad de 1.5X10^6 m/s desde el reposo, ¿Cuál es la diferencia de potencial?

q=1.6X10^-19 C,m= 2X1.67X10^-27 Kg=

3.34X10^-27 Kg, V= 1.5X10^6 m/s



La diferencia de potencial en función del trabajo está dada por

$\Delta V = W/q$

Como el trabajo es igual a la diferencia de energía cinética, entonces

$$\Delta V = W/q \; \Delta K/q = (k-0)/q = K/q$$

La energía cinética está definida por

$$K = \tfrac{1}{2} mv^2$$

Sustituyendo la energía cinética en la expresión de la diferencia potencial, se tiene

$$\Delta V = \frac{\tfrac{1}{2} mv^2}{q} = \frac{mv^2}{2q}$$

Sustituyendo valores

$$\Delta V = \frac{(3.34X10^{-27})(1.5X10^{6})^2}{2(1.6X10^{-19})}$$

$\Delta V = 23.84$ KV

Pagina 101

Problema #2

Una carga de 34 µC se mueve entre dos puntos para los cuales hay una diferencia de potencial de 48 V. ¿Cuál es el cambio en la energía potencial?

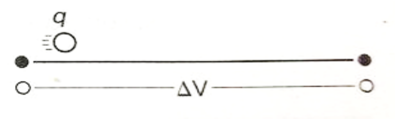
Solucion:

q= 12 µC, $\Delta = 65\text{V}$

La diferencia de potencial entre dos puntos, está dada por

$$\Delta V = \Delta U/q$$

Despejando el cambio de energía potencial; se tiene



$$\Delta U = q/\Delta V$$

Sustituyendo valores

$$+\ \Delta U = (34\times10-6)(48)$$

$\Delta U = 1.63\times10-3\ J$

Página (104 y 105)

Problema #10

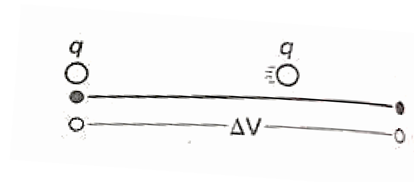
Un deuterón se acelera desde el reposo hasta la rapidez de 3.2X10^6 m/s entre dos puntos que se encuentran a una diferencia de potencial. ¿Qué valor de velocidad adquiriría una partícula alfa si de acelera desde el reposo entre los mismos puntos?

q_1= 1.6X10^-19 C, m_1= 2X1.67X10^-27 Kg=

3.34X10^-27Kg, v_1= 3.2X10^6 m/s,

q_2= 2X1.6X10^-19 C = 3.2X10^-19 C,

m_2= 4X1.67X10^-27 Kg = 6.68X10^-27 Kg



La energía Cinética que adquiere el deutrón, está dada por

$$q_1\Delta V= ½\ m_1 v_1$$

Despejando la diferencia de potencial, se tiene

½ m_1v_1

ΔV= 2q_1

La energía cinética que adquiere la partícula alfa, está dada por

$q_2\Delta V$= ½ $m_2\, v_2$

Despejando la velocidad, se tiene

$$v_2 = \sqrt{\frac{2q_2\Delta V}{m_2}}$$

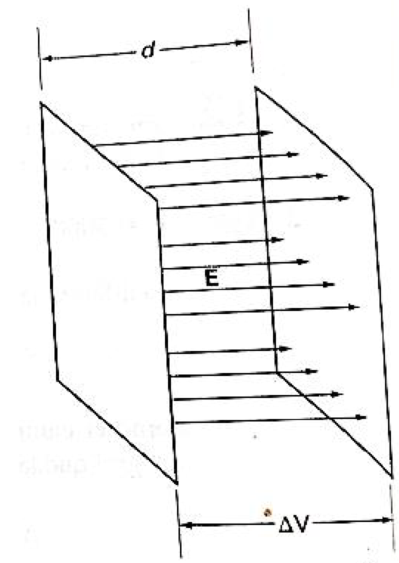
Página 106

Problema #14

Dos grandes placas metálicas paralelas, separadas por una distancia de 3.0 mm se cargan con la misma magnitud de carga pero de signo contrario, hasta obtener una diferencia de potencial de 30 V. ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico entre las placas?

d= 0.003 m, ΔV= 30 V

La diferencia de potencial entre dos puntos, cuando el campo eléctrico es uniforme, está dada por



$$\Delta V = Ed$$

Despejando la intensidad del campo eléctrico, se tiene

$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

Sustituyendo valores

$$E = \frac{30}{0.003}$$

E= 1000V/m

Sustituyendo la diferencia de potencial, dada por (1), en la expresión de la velocidad, se tiene

$$v_2 = \sqrt{\frac{2q_2 \frac{m_1 v_1^2}{2q_1}}{m_2}}$$

Puesto que $q_2 = 2q_1$, entonces

$$v = \sqrt{\frac{2(2q_1)\frac{m_1 v_1^2}{2q_1}}{m_2}} = \sqrt{\frac{2m_1}{m_2}}\, v_1$$

Sustituyendo valores

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(3.34 \times 10^{-27})}{6.68 \times 10^{-27}}}\,(3.2 \times 10^6)$$

V_2= 3.2X10^6 m/s

Pagina 103

Problema #6

Considere un protón con una energía cinética de 80.2 X 10 ^-19 J. ¿Qué diferencia de potencial se necesita para detener al protón?

Solución:

q= 1.6 X 10 ^-19 C, m=1.67 X 10^-27kg, Ko = 80.2 X 10 ^-19 J

El trabajo hecho por el campo eléctrico para detener el protón se puede obtener por

$$W = -q\Delta V$$

Ya que el trabajo es igual al cambio en la energía cinética, despejando la diferencia de potencial, se tiene

$$\Delta\ \mathrm{U} = -\frac{W}{q} = \frac{\Delta K}{q} = \frac{(0-Ko)}{q} = \frac{Ko}{q}$$

Sustituyendo valores

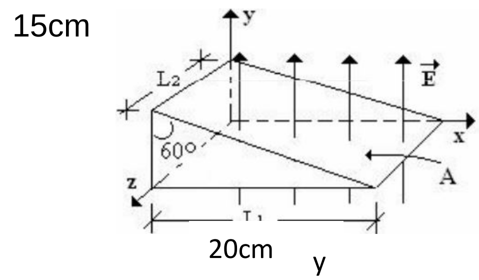
$$\Delta V = \frac{80.2\ X\ 10^{\wedge}{-19}}{1.6\ X\ 10^{\wedge}{-19}}$$

$$\Delta V = 50.13\ V$$

PROBLEMA 6.

Considere una caja triangular en un campo eléctrico uniforme de magnitud $E=3.7 \times 10^{-4}$ N/C como se muestra en la figura A. Calcule el flujo eléctrico a través de :

a) La superficie vertical de la izquierda (A’)
b) La superficie inclinada (A)
c) La superficie entera de la caja.



Solución

$E = 3.17 * 10^{-4}$ j N/C

El flujo eléctrico está dado por

$$\phi = E.A$$

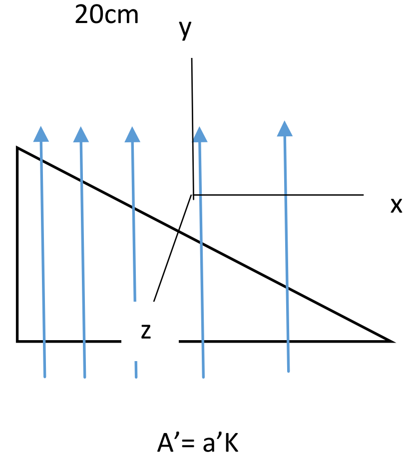
a) De la figura B se observa que el vector área es

$$A'=A'K$$

Sustituyendo los valores

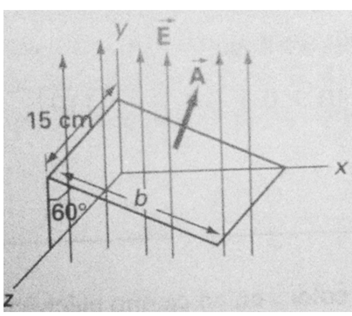
$$\phi= (3.17 \times 10^{4}\ j).(A'K)$$

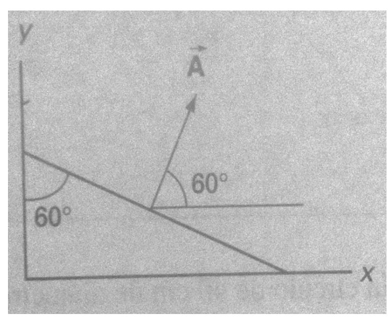
$\phi_{A'}= 0$



b)

c) En la figura C se ilustra la orientación y magnitud del vector área y en la figura D una vista lateral del plano con su vector área.





De la figura C, la magnitud del vector área es

$$A=(.15)b = 0.15b$$

De la figura D el vector área es

$$A=A_x\ I + A_y J= (0.15b)\ Cos\ 60\ I + (0.15b)\ sen\ 60\ J = 0.15b\ Cos60^{o}\ \ I + 0.15\ sen\ 60\ J$$

Pero, de la figura C del problema se observa que b Sen 60 = 0.20

$$A= (0.15b)\ Cos\ 60\ I + (0.15b)\ (0.20)J = 0.15b\ Cos60^{o}\ \ I + (0.3)J$$

Sustituyendo valores

$Ø= (3.7 \times 10^4\ J)\ (0.15b \cos 60\ i + 0.03\ j)$

$Ø= 1110\ N.m^{2}/C$

d) El flujo sobre toda la caja triangular (figura E), se puede calcular con la siguiente expresión

$$Ø= Ø_A + Ø_{A'} + Ø_{A''} + Ø_{A'''} + Ø_A^{iv}$$

El vector área de la cara A'' es

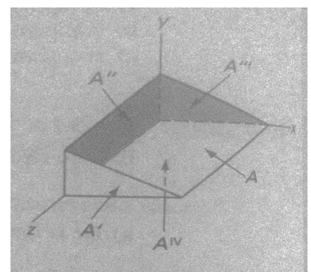


Figura E

$A''' = A''(-i) = A''i$

Sustituyendo valores

$Ø= (3.17 \times 10^4 j).(-A''i)=0$

El vector área de la cara A'''

$Ø_{A''} + A'''(-k) = -A'''K$

Sustituyendo valores

$Ø= (3.17 \times 10^4 j).(-A'''k)=0$

El vector área de la cara $A^{iv\ es}$

$A^{iv}= (0.20)\ (0.15)\ (-j)= -0.03\ j$

Sustituyendo valores

$A^{iv}= (3.17 \times 10^4 j)\ (0.03j)= -1110$

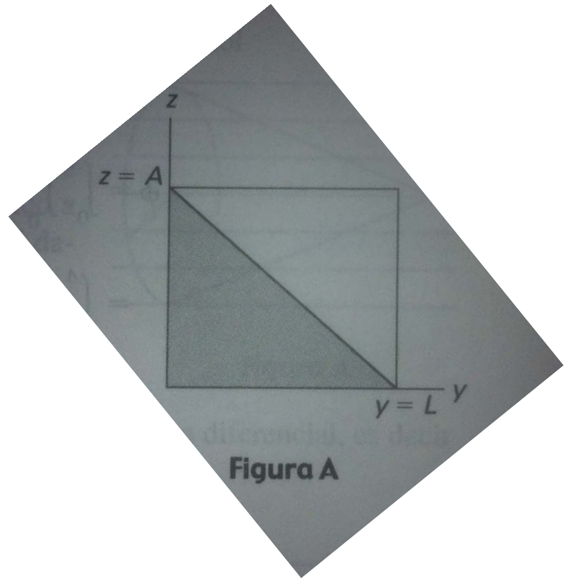
Sumando el flujo de todas las caras, se tiene

$Ø= 1110 +0+0+0-1110$

$Ø=0$

Problema 6

Un campo eléctrico está dado por la expresión E~ = fzˆi + gx ˆk donde f y g son constantes. Determine el flujo eléctrico a través de la superficie triangular que se aprecia en la figura A



Solución

E~ = kzˆi + gx ˆk

Como el campo eléctrico no es uniforme, se usara la definición

Del flujo electrio en su forma diferencial, es decir

$$d\Phi_E = d\vec{E} \cdot d\vec{A}$$

De la figura B, se tiene

*d**A**=dzdz Ī*

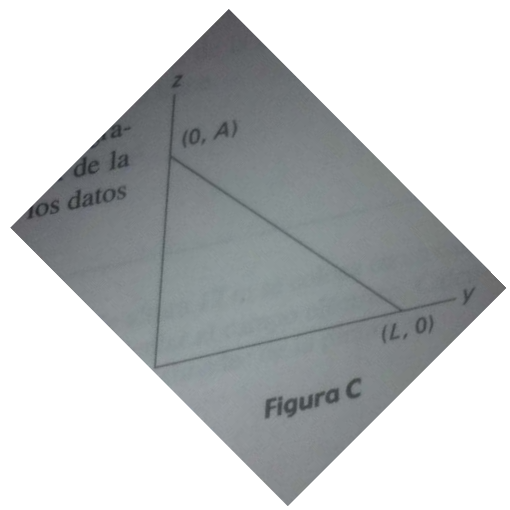
Sustituyendo el campo eléctrico y el vector dA en la expresión del flujo eléctrico, se tiene

$$d\emptyset = (fzi + gxK).(dy\ dz\ i) = fz\ dy\ dz$$

Entonces el flujo total es

$$d\emptyset = \int \quad \int fz\ \ dy\ dz$$

Antes de integrar se deben conocer los límites de integración; para esto, primero se encontrara la ecuación de la recta que pasa por los puntos (0,A) y (L,0). De los datos y la definición de pendiente se obtiene.



$$m = \frac{A-0}{0-L} = -\frac{A}{L}$$

Por lo que la ecuación de la recta es

$$z - A = -\frac{A}{L}(y-0) = -\frac{A}{L}y$$

Como en la doble integral se integrara primero con respecto a y. Para encontrar los límites de integración para y, se despejara a y de la ecuación de la recta para encontrar el límite superior de la integral y el límite inferior es cero.

$$y = -\frac{L}{A}(z-A) = -\frac{A}{L} + L$$

Los límites de integración para z son de 0 a A, entonces la doble integral queda como

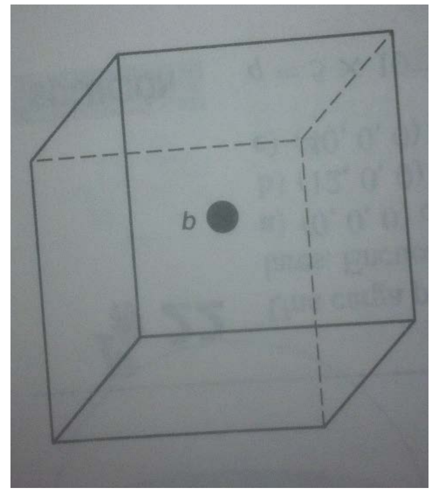
$$\emptyset = \int_0^A \int_0^{-\frac{L}{A}+l} fz\, dy\, dz = \int_0^A fz \left(\int_0^{-\frac{L}{A}+l} dy\right) dz = \int_0^A fz \left(y \uparrow -\frac{L}{A} + l \right) dz$$

$$\emptyset = \frac{fLA\text{^}2}{6}$$

Problema 20.

Una carga de 250 µC esta en el centro de un cubo de lado 100 cm.

a) Calcule el flujo eléctrico a traves de cada cara del cubo.
b) Calcule el flujo a través de toda la superficie del cubo.
c) ¿Cambiarían sus respuestas para a) y b) si la carga no estuviera en el centro? De una explicación.



Solucion

q=250x10^{-}6 y $\in 0 = 8.85\ x\ 10^{-12} Nm^2/C2$

a) El flujo total en toda la superficie, está dado por

$$\emptyset i = \frac{qint}{\epsilon 0}$$

Como la carga esta ubicada en el centro del cubo el flujo eléctrico en todas las caras es el mismo y como la superficie de una cara la 1/6 parte de la superficie total del cubo, entonces.

$$\emptyset = \frac{\emptyset 1}{6} = \frac{qint}{6 \in 0}$$

Sustituyendo valores

$$\emptyset = \frac{250x10\text{^}-6}{6(8.85\ x\ 10^{-12})}$$

$$\emptyset = 28.25\ x\ 10^{6} Nm^2/C$$

b) El inciso a) si cambia porque el flujo ya no es el mismo en cada cara debido a que la carga esta fuera del centro. El inciso b) no cambia.

Problema 36.

Un hilo recto y muy largo tiene una densidad de carga lineal de $6\mu C/m$. Determine la intensidad del campo eléctrico en las siguientes distancias del hilo.

a) 5cm
b) 30cm
c) 200 cm

Λ= 6x10^{-6} C/m

La intensidad del campo eléctrico debido a un filamento con carga está dado por

$$E = 2K\frac{\Lambda}{r}$$

a) Sustituyendo valores, con r = 0.05 m

$$E = 2(9x10^9)\frac{6x10\text{^}{-6}}{0.05}$$

E= 2.16x10^6 N/C

b) Sustituyendo valores, con r = 0.30 m

$$E = 2(9x10^9)\frac{6x10\text{^}{-6}}{0.30}$$

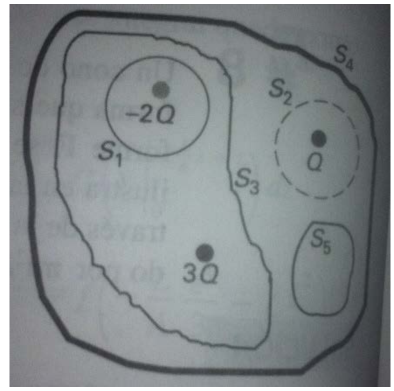
E= 360x10^3 N/C

c) Sustituyendo valores, con r = 2.00 m

$$E = 2(9x10^9)\frac{6x10\text{^} - 6}{2.00}$$

E= 54x10^3 N/C

Problema 10.
Si tienes tres partículas con carga +Q, -2Q y +3Q, ¿Cuál es el flujo eléctrico, a partir de la ley de Gauss, en las cinco superficies que se muestran en la figura?



Solución
De la ley de Gauss, se tiene

$$\emptyset = \frac{qint}{\in 0}$$

Donde q_{int} es la carga encerrada por la superficie
Para la superficie S_1, la carga encerrada es-2Q,entonce

$$\emptyset 1 = \frac{-2Q}{\in 0}$$

∅1=(-2Q)/(∈0)
Para la superficie S_2, la carga encerrada es +Q, entonces

$$\emptyset 2 = \frac{Q}{\in 0}$$

Para la superficie S_3, las cargas encerradas son -2Q y 3Q, entonces

$$\emptyset 3 = \frac{-2Q + 3Q}{\in 0}$$

Para la superficie S_4, las cargas encerradas son -2Q ,Q y 3Q, entonces

$$\emptyset 4 = \frac{-2Q + Q + 3Q}{\in 0}$$

∅4=(2Q)/(∈0)

Para la superficie S_5, esta superficie no encierra cargas, entonces
∅4=0

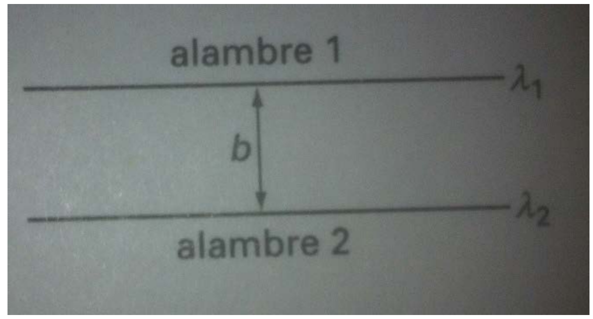
Problema 38.

Dos alamambres largos, rectos y paralelos tienen cargas por unidad de longitud $\lambda 1$ y $\lambda 2$. La separación entre sus ejes es b. Encuentre la magnitud de la fuerza por unidad de longitud ejercida sobre un alambre causada por la carga del otro.

Solución

La intensidad del campo eléctrico debido al alambre 1 en la posición del alambre 2, esta dada por

$$E1 = 2K\frac{\lambda 1}{b}$$



Considerando una diferencial de carga dq sobre el alambre 2, la fuerza que siente esta diferencial de carga es

$$dF = dqE1$$

Sustituyendo el campo eléctrico en la fuerza, se tiene

$$dF = dq2K\ \frac{\lambda 1}{b}$$

La diferencial de carga, esta dada por

Dq= $\lambda 2$dx

Sustituyendo la diferencial de carga en la fuerza e integrando, se tiene.

$$dF = \lambda 2 \text{ dx } 2\text{k}\frac{\lambda 1}{b} = 2k\ \frac{\lambda 1\lambda 2}{b}dx$$

$$F = \int_0^L 2K\ \frac{\lambda 1\lambda 2}{b}dx = 2K\ \frac{\lambda 1\lambda 2}{b}\int_0^L dx$$

Resolviendo la integral se obtiene

$$F = 2K\ \frac{\lambda 1\lambda 2}{b}L$$

Donde L es cualquier longitud del alambre 2, entonces la fuerza por unidad de longitud es

$$\frac{F}{L} = 2K\ \frac{\lambda 1\lambda 2}{b}$$

Problema 48.
Una placa plana delgada y muy grande de cobre de área A tiene una carga total Q uniformemente distribuida sobre sus dos superficies. Si la misma carga se distribuye uniformemente sobre la superficie superior de otra placa idéntica de vidrio colocada horizontalmente, compare las intensidades de los campos eléctricos sobre el centro de la superficie superior de cada placa.

Solución
El cobre es un material conductor. Entonces la intensidad del campo eléctrico precisamente fuera del conductor, está dada por

$$Ec = \frac{\sigma}{\in 0}$$

Como la carga se distribuye sobre las dos caras de la placa, la densidad de carga está dada por

$$Ec = \frac{\frac{Q}{2A}}{\in 0} = \frac{Q}{2A \in 0}$$

Considerando la placa de vidrio como una lámina, la intensidad del campo eléctrico está dada por

$$Ev = \frac{\sigma}{2\epsilon 0}$$

Con la densidad de carga está dada por

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

Sustituyendo la densidad de carga en la expresión de la intensidad del campo eléctrico, se tiene

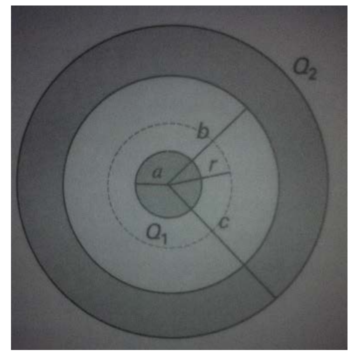
$$Ec = \frac{\frac{Q}{A}}{2 \in 0} = \frac{Q}{2A \in 0}$$

Comparando las expresiones del campo eléctrico para el cobre y el vidrio, se observa que son iguales.

Problema 52.

Considere los datos que se proporcionaron en el problema 51. Calcule la carga neta que encierra una superficie gaussiana concéntrica con los siguientes radios:

a) r=1cm
b) r=4cm
c) r=7cm
d) r=9cm



a= 0.03 m, Q1=17x10^-6C, b= 0.06m, c= 0.08m, Q2 = -3 x 10^-6 C

a) r=0.01 m. Como el punto esta dentro de la esfera conductora, en esta la carga esta en su superficie por lo que la carga es cero, es decir,

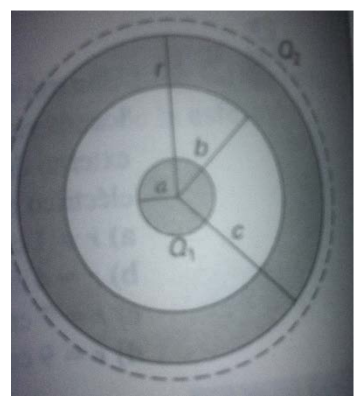
   q=0

b) r=0.04m. Considerando una superficie gaussiana esférica de radio entre a y b y concéntrica con la esfa (figura A) , la carga encerrada es la contenida en la esfera, es decir

   q= Q1= 17 µC

c) r= 0.07m. Como el punto esta dentro del cascaron esférico conductor, la intensidad del campo eléctrico cero y por ley de Gauss, la carga encerrada es :

   q=0



d) r=0.09 m. Considerando una superficie gaussiana esférica de radio mayor que c y concéntrica con la esfera (figura B) . La carga encerrada es la suma de las dos cargas de la esfera y del cascaron, es decir.

Q= Q1+Q2= 17x10^-6 -3x10^-6= 14µC

P#18

La magnitud de la velocidad inicial de una partícula de carga -8 μC y masa 1 g en el punto A es de 4.9x10^3 m/s. La magnitud de la velocidad de la partícula se reduce a 4.2x10^3 m/s en el punto B. Calcule la diferencia de potencial V_B-V_A, ¿Cuál punto tiene mayor potencial?

Solución

q= -8 X 10^{-6} C, m=0.001 kg, V_0=4.9 X 10^3 m/s, V_1= 4.2 X 10^3 m/s

El trabajo hecho por el campo eléctrico es

$$W= -q\Delta V$$

Como el trabajo es igual al cambio de la energía cinética, la expresión anterior se convierte en:

$$W= -q\Delta V = \Delta K = \frac{1}{2}\, m\, v_1^2 - \frac{1}{2}\, m\, v_0^2$$

Despejando la diferencia de potencial, se tiene

$$\Delta V = -\frac{m(v_1^2 - v_0^2)}{2q}$$

Sustituyendo valores

$$\Delta V = -\frac{(0.001)((4.9\text{ X }10^3)^2)-(4.2\text{ X }10^3)^2)}{2x(-8\text{ X }10^{-6})} = -\frac{(1\ X\ 10^{-3})(6.37\ X\ 10^6)}{16\ X\ 10^{-6}}$$

ΔV = 3.98 X $10^8 V$

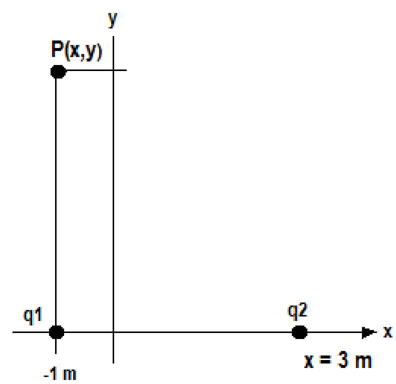
Como la diferencia de potencial es positiva el punto B está a mayor potencial

P#28

Dos cargas q_1 = 3 μC y q_2 = 5 μC se colocan sobre el eje x, q_1 en x= -1 m y q_2 en x = 3 m. Calcule el potencial eléctrico en el punto (-1,4) m.

Solución

q_1 = 3 X 10^{-6}C, q_2 = 5 X 10^{-6} C, x_1 = -1 m, x_2 = 3 m, P (-1,4) m.



El potencial neto debido a un conjunto de cargas puntuales, está dado por

$$V = \sum_i Vi$$

Donde V_i es el potencia eléctrico debido a la carga i, el cual está dado por

$$V = k\frac{q}{r}$$

La distancia de la carga q_1 al punto P, es

$$r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{(-1-(-1))^2 + (4-0)^2} = 4 \text{ m}$$

Sustituyendo valores para obtener V_1

$$V_1 = 9 \text{ X } 10^9 \left(\frac{3\, X\, 10^{-6}}{4}\right)$$

V_1 = 6750 V

La distancia de la carga q_2 al punto P, es

$$r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{(-1-3)^2 + (4-0)^2} = 5.66\text{m}$$

Sustituyendo valores para obtener V_2

$$V_2 = 9 \text{ X } 10^9 \frac{5\, X\, 10^{-6}}{5.66}$$

V_2 = 7950.53 V

El potencial neto en el punto P es

$$V = V_1 + V_2$$

Sustituyendo los valores

$$V = 6750 + 7950.53 \text{ V}$$

V = 14.7 kV

P#30

Obtener una expresión para V_A - V_B de la configuración de cargas mostrado en la figura A.

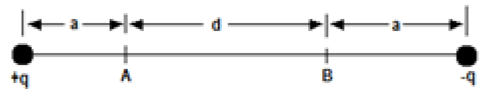


Figura A

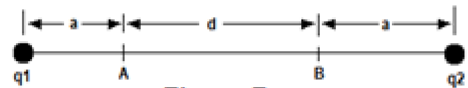


Figura B

El potencial neto debido a un conjunto de cargas puntuales, esta dad por

$$V = \sum_i Vi$$

Donde V_i es el potencia eléctrico debido a la carga i, el cual está dado por

$$V_i = k\,\frac{q_i}{r_i}$$

Calculo del potencial eléctrico en el punto A. La distancia de la carga q_1 al punto A, es

r = a

Sustituyendo valores

$$V_{A\,1} = k\,\frac{q}{a}$$

La distancia de la carga q_2 al punto A, es

r = a + d

Sustituyendo valores

$$V_{A\,2} = k\,\frac{-q}{a+d} = -\,K\,\frac{q}{a+d}$$

El potencial eléctrico neto en el punto A, es

$$V_A = k\,\frac{q}{a} + (-k\,\frac{q}{a+d}) = kq\,(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+d})$$

$$= kq\,(\frac{a+d-a)}{a(a+d)}) = kq\,\frac{d}{a(a+d)}$$

Calculo del potencial eléctrico en el punto B. La distancia de la carga q_1 al punto B, es

r = a + d

Sustituyendo valores

$$V_{B\,1} = K\,\frac{q}{a+d}$$

La distancia de la carga q_2 al punto B, es

$$r = a$$

Sustituyendo valores

$$V_{B\,2} = k\,\frac{-q}{a} = -k\,\frac{q}{a}$$

El potencial eléctrico neto en el punto B, es

$$V_B = k\,\frac{q}{a+d} + \left(-k\,\frac{q}{a}\right) = kq\left(\frac{1}{a+d} - \frac{1}{a}\right)$$

$$= kq\left(\frac{a-(a+d)}{a\,(a+d)}\right) = -\,kq\,\frac{d}{a\,(a+d)}$$

La diferencia de potencial V_A - V_B es

$$V_A - V_B = kq\,\frac{d}{a\,(a+d)} - \left(-\,kq\,\frac{d}{a\,(a+d)}\right)$$

$$V_A - V_B = \frac{2kqd}{a\,(a+d)}$$

P#32

Tres cargas puntuales se colocan en los vértices de un triángulo isósceles, como se ilustra en la figura A. Calcule el potencial eléctrico en el punto medio de la base; tomando q = 13 μC.

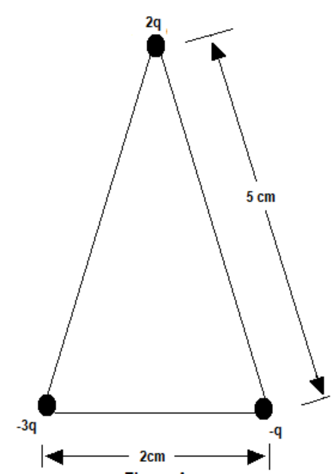


Figura A

q = 13 x 10^{-6}C

El potencial neto debido a un conjunto de cargas puntuales está dado por

$$V = \sum_i Vi$$

Donde V_i es el potencial eléctrico debido a la carga i, el cual está dado por

$$V_i = k\,\frac{q_i}{r_i}$$

La distancia de la carga q_1 al punto P, de acuerdo a la figura B, se calcula por

$$PA = r_1 = \sqrt{(0.05)^2 - (0.01)^2} = 0.0489 \text{ m}$$

Sustituyendo valores

$$V_1 = 9 \text{ x } 10^9 \, \frac{2\,(\,13\ X\ 10^{-6})}{0.0489} = \frac{234\ X\ 10^3}{4.89\ X\ 10^{-2}}$$

V_1 = 4.78 X 10^6 V

La distancia de la carga q_2 al punto P, es

$$r_2 = 0.01 \text{ m}$$

Sustituyendo valores para obtener V_2

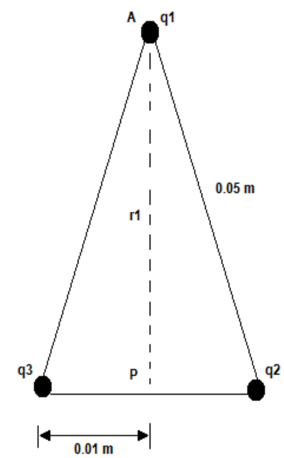


Figura B

$$V_2 = 9 \text{ X } 10^9 \left(\frac{-\,13\ X\ 10^{-6}}{0.01}\right)$$

V_2 = -11.7 X 10^6 V

La distancia de la carga q_3 al punto P, es

$$r_3 = 0.01 \text{ m}$$

Sustituyendo valores para obtener V_3

$$V_3 = 9 \text{ X } 10^9 \left(\frac{-3\,(13\ X\ 10^{-6})}{0.01}\right)$$

V_3 = -35.1 X 10^6V

El potencial neto en el punto P es

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

Sustituyendo valores

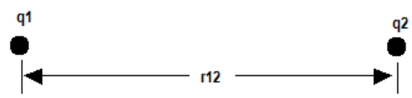
$$V = 4.78 \text{ X } 10^6 + (\,-11.7 \text{ X } 10^6) + (-35.1 \text{ X } 10^6) \text{ V}$$

V= -42.01 X 10^6 V

P#34

Dos cargas puntuales, q_1 = +11 μC y q_2 = -21 μC están separadas 28 cm

a) ¿Cuál es la energía potencial del par? ¿Cuál es el significado del signo algebraico de su resultado?
b) ¿Cual es el potencial eléctrico en el punto medio entre las dos cargas?



q_1 = +11 x 10^{-6} C, q_2 = - 21 x 10^{-6} C, r_{12} =0.28 m

a) La energía potencial en un par de cargas puntuales, esta dada por

$$U = k\ \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

Sustituyendo valores

$$U= 9 \text{ x } 10^9\ \frac{(11x10^{-6})(-21x10^{-6})}{0.28}$$

U = -7.42 J

El signo menos significa que el trabajo realizado para formar la configuración fue un trabajo negativo, es decir, que el agente externo fue deteniendo la última carga que se trajo.

b) El potencial neto debido a un conjunto de cargas puntuales, está dado por

$$V= \sum_i Vi$$

Donde V_i es el potencial eléctrico debido a la carga i, el cual está dada por

$$V_i = k\ \frac{q_i}{r_i}$$

La distancia de la carga q_1 al punto P, es

$$r_1 = \frac{0.28}{2} = 0.14\ m$$

Sustituyendo valores para obtener V_1

$$V_1 = 9\ x\ 10^9\ \frac{11\ X\ 10^{-6}}{0.14}$$

V_1 = 7.07 X 10^5V

La distancia de la carga q_2 al punto P, es

$$r_2 = \frac{0.28}{2} = 0.14\ m$$

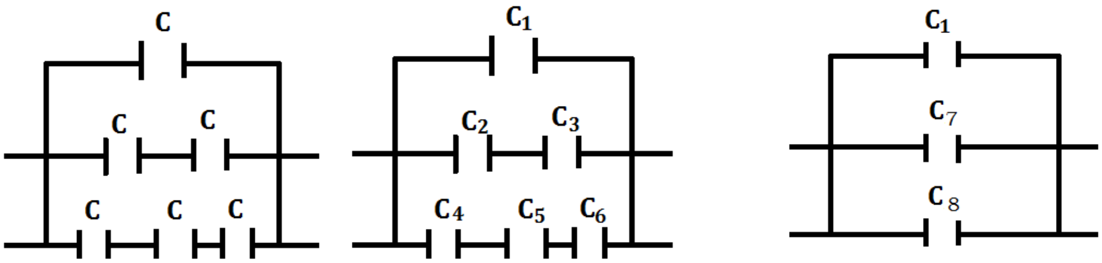
Sustituyendo valores para obtener V_2

$$V_2 = 9\ x\ 10^9 \frac{-21 \text{ x } 10^{-6}}{0.14}$$

$V_2 = -1.35\ x\ 10^6$V

Problema # 18

En la figura siguiente calcular la capacitancia equivalente de la combinación. Cada uno de los capacitores es idéntico y tiene una capacitancia C.



Los capacitores C_2 y C_3 están en serie, entonces:

$$C7 = \frac{C2C3}{C2+C3} = \frac{CC}{C+C} = \frac{C}{2}$$

Los capacitores C_4 C_5 C_6 están en serie, entonces:

$$C8 = \frac{1}{\frac{1}{C4}} + \frac{1}{\frac{1}{C5}} + \frac{1}{\frac{1}{C6}} = \frac{1}{3}$$

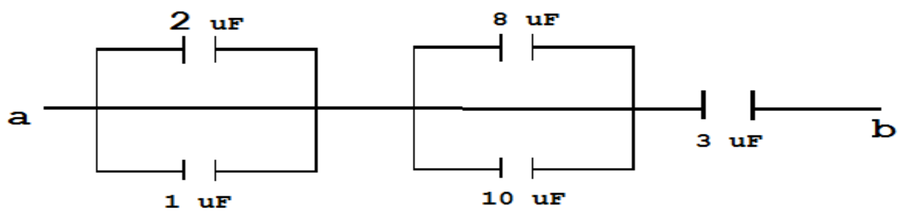
Los capacitores C_1 C_7 C_8 están en paralelo entonces:

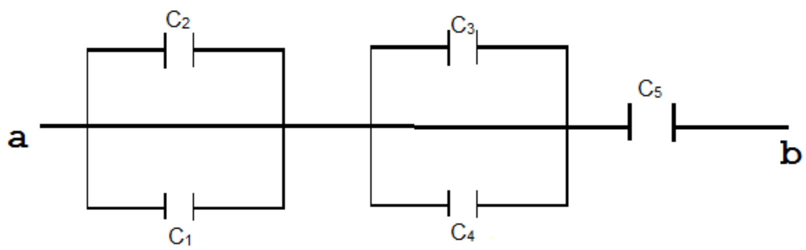
$$Ceq = C1 + C7 + C8 + \frac{C}{2} + \frac{C}{3} = \frac{11}{6}C$$

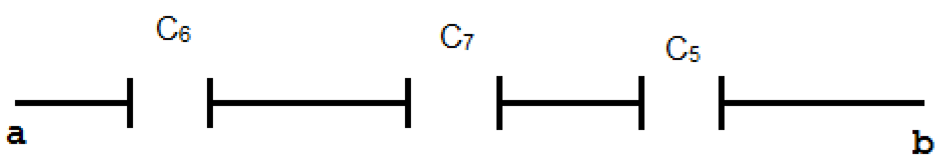
Problema # 20

La figura muestra la conexión de varios capacitores entre las terminales a y b,

a) Reduzca este conjunto a un solo capacitor equivalente.
b) Calcule la carga y la diferencia de potencial en cada uno de los capacitores cuando los capacitores están totalmente cargador por una batería de 13 V conectada en las terminales.







$C_1 = 1 \times 10^{-6}$ F, $C_2 = 2 \times 10^{-6}$ F, $C_3 = 8 \times 10^{-6}$ F, $C_4 = 10 \times 10^{-6}$ F, $C_5 = 3 \times 10^{-6}$ F,

$V = 13$ V.

a) Los capacitores C_1 y C_2 están conectados paralelo, entonces:

$C_6 = C_1 + C_2 = 1 \times 10^{-6} + 2 \times 10^{-6} = 3 \times 10^{-6}$ F

Los capacitores C_3 y C_4 están conectados paralelo, entonces:

$C_7 = C_3 + C_4 = 8 \times 10^{-6} + 10 \times 10^{-6} = 18 \times 10^{-6}$ F

Los capacitores C_6 C_7 C_5 están conectados en serie, entonces:

$$Ceq = \frac{1}{\frac{1}{C6}} + \frac{1}{\frac{1}{C7}} + \frac{1}{\frac{1}{C5}} = \frac{1}{\frac{1}{3\,x\,10}} + \frac{1}{\frac{1}{18\,x\,10}} + \frac{1}{\frac{1}{3\,x\,10}} = \frac{18}{13} uF$$

b) La carga total en el circuito es

$q = CV = \left(\frac{18}{13}\right) x\ 10^{-6}\ (13) = 18\ x\ 10^{-6}\ C$

La carga del capacitor C_6 es igual a la carga total, es decir :

$q_6 = q = 18\ x\ 10^{-6}\ C = 18\ uF$

La diferencia de potencial a través del capacitor C_6 es:

$V_6 = \frac{q6}{C6} = \frac{18x10}{3x10} = 6V$

Como los capacitores C_1 y C_2 están conectados en paralelo, la diferencia de potencial a través de ellos es igual a V_6 es decir:

$V_1 = V_2 = V_6 = 6V$

Las cargas en los capacitores C_1 y C_2 son:

$q_1 = V_1C_1 = (6)(1\ x\ 10^{-6})$ y $q_2 = V_2C_2 = (6)(2\ x\ 10^{-6})$

$q_1 = 6\ uF$ y $q_2 = 12\ uF$

Como los capacitores C_7 y C_5 están conectados en serie, las cargas en ellos es igual a la carga total, entonces:

$q_6 = q_7 = q_5 = q = 18\ uC$

La diferencia de potencial a través de los capacitores C_7 y C_5 es:

$$V7 = \frac{q7}{C7} = \frac{18x10}{18x10} = 1 \text{ V y } V5 = \frac{q55}{C5} = \frac{18x10}{3x10} = 6 \text{ V}$$

Como los capacitores C_3 y C_4 están en paralelo, entonces la diferencia de potencial a través de ellos es igual a V_7 es decir:

$V_3 = V_4 = V_7 = 1$ V

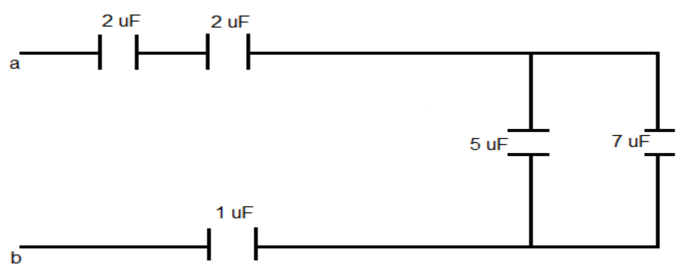
Y las cargas de C_3 y C_4 son_

$q_3 = C_3v_3 = (8 \times 10^{-6})(1) = 8 \times 10^{-6}$ C ; $q_4 = C_4v_4 = (10 \times 10^{-6})(1) = 8 \times 10^{-6}$ C

Problema # 22

Considere el grupo de capacitores que se observa en la figura A.

a) Encuentre la capacitancia equivalente entre los puntos a y b.
b) Calcule la carga en cada capacitor cuando diferencia de potencial hay entre a y b es de 9 V.



$C_1 = 2 \times 10^{-6}$ F
$C_2 = 2 \times 10^{-6}$ F
$C_3 = 1 \times 10^{-6}$ F
$C_4 = 5 \times 10^{-6}$ F
$C_5 = 7 \times 10^{-6}$ F
V = 12 V

Fig. A

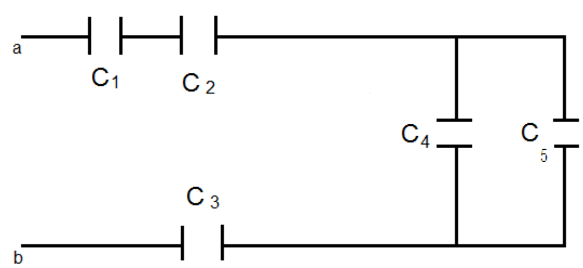
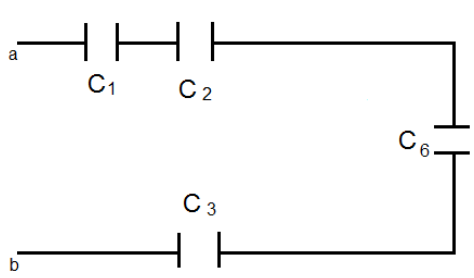


Fig. B

Los capacitores C_4 y C_5 de la figura B están conectados en paralelo, entonces:

$C_6 = C_4 + C_5 = 5 \times 10^{-6} + 7 \times 10^{-6} = 12 \times 10^{-6}$F

Los capacitores C_1 C_2 C_3 y C_6 de la fig. C esta



conectados en serie entonces:

$$Ceq = \frac{1}{\frac{1}{C1} + \frac{1}{C2} + \frac{1}{C3} + \frac{1}{C6}} =$$

$$Ceq = \frac{1}{\frac{1}{2x10} + \frac{1}{2x10} + \frac{1}{1x10} + \frac{1}{12x10}} =$$

Ceq = 0.48 uF

b) La carga total en el arreglo es:

$q = Ceq\ V = (0.48 \times 10^{-6})(9) = 4.32 \times 10^{-6} C$

Como los capacitores C_1 C_2 C_3 y C_6 están en serie, la carga de ellos es igual a la carga total, es decir:

$q_1=q_2=q_3=q_6=q=4.32$ uC

La diferencia de pontencial a través del capacitor C_6 es:

$V_6 = \frac{q6}{C6} = \frac{4.32x10}{12x10} = 0.36V$

Como los capacitores C_5 y C_4 están en paralelo, la diferencia de pontenciala través de ellos es igual a V_6, es decir:

$V_4= V_5= V_6=$ o.36 V

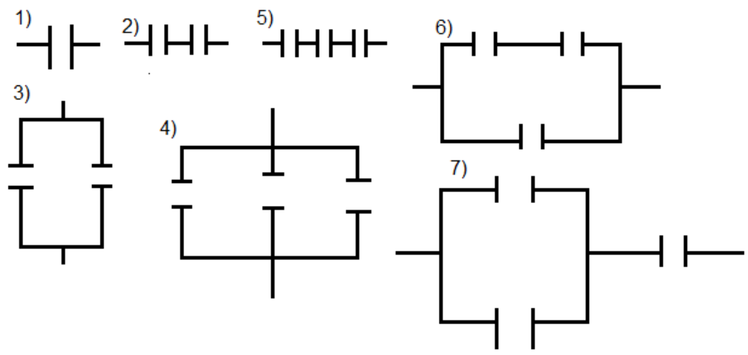
La carga en los capacitores C_5 y C_4 es:

$q_4=V_4C_4= (0.36)(5 \times 10^{-6})$ y $q_5=V_5C_5= (0.36)(7 \times 10^{-6})$

$q_4=$ 1.8 uF y q_5 =2.52 uF

Problema #24

Un técnico electrónico consigue un descuento al comprar una gran número de capacitores del mismo valor. ¿Cuántos valores diferentes de capacitancia efectiva se puede obtener utilizando todas las conbinaciones posibles de uno a tres capacitores separados? Determine la capacitancia en términos de capacitancia C de un capacitor muestra para cada combinación.



Utilizando un capacitor, se tiene únicamente:

1) C

Utilizando dos capacitores, se tiene:

2) En paralelo

   2C

3) En serie
   C/2

Utilizando tres capacitores, se tiene:

4) En paralelo

   3C

5) En serie

$$\frac{1}{\frac{1}{C}+\frac{1}{C}+\frac{1}{C}}=\frac{C}{3}$$

6) En serie-paralelo

$$\frac{C}{2}+C=\frac{3}{2}C$$

7) En paralelo-serie

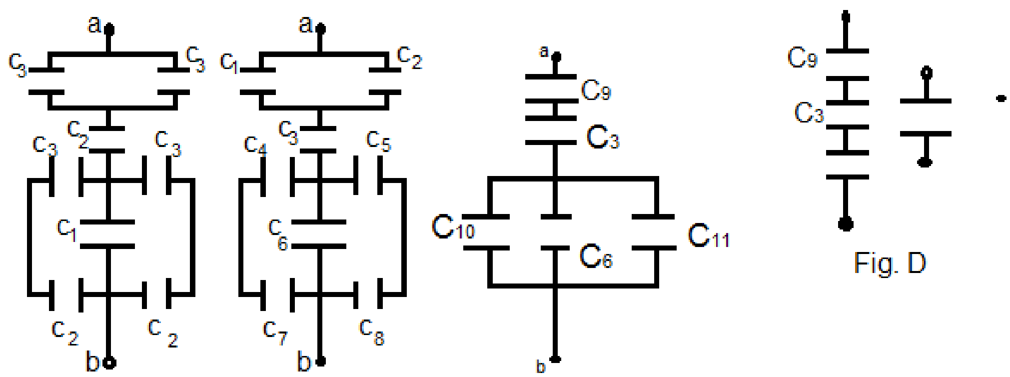
$$\frac{1}{\frac{1}{C}+\frac{1}{2C}}=\frac{1}{\frac{3}{2}C}=\frac{2}{3}C$$

Problema #26

Encuentre la capacitancia equivalente entre los puntos a y b del grupo de capacitores que están conectados como se muestra A, si C_1= 2uF, C_2 = 3uF, C_3 = 9 uF.

C_1= 2uF, C_2 = 3uF, C_3 = 9 uF.

Renombrando los capacitores y haciendo la reducción del circuito a un capacitor equivalente, como se ilustra en las sig, figuras:



Los capacitores C_1 y C_2 de la figura B están conectados en paralelo, entonces:

$C_9 = C_1 + C_2 = 9 \text{ x } 10^{-6} + 9 \text{ x } 10^{-6} = 18 \text{ x } 10^{-6}$F

Los capacitores C_4 y C_7 de la figura B están conectados en serie, entonces:

$$C10 = \frac{C4C7}{C4 + C7} = \frac{(9x10)(3x10)}{9x10 + 3x10} = 2.25x10$$

Los capacitores C_5 y C_8 de la figura B están conectados en serie, entonces:

$$C11 = \frac{C5C8}{C5 + C8} = \frac{(9x10)(3x10)}{9x10 + 3x10} = 2.25x10$$

Los capacitores C_6 C_{10} y C_{11} de la figura C están conectados en paralelo, entonces:

$C_{12} = C_6 + C_{10} + C_{11} = 2 \times 10^{-6} + 2.25 \times 10^{-6} + 2.25 \times 10^{-6} = 6.5 \times 10^{-6}$F

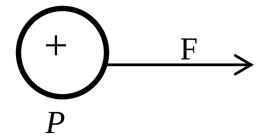
Los capacitores C_3 C_9 y C_{12} de la figura D están conectados en serie, entonces:

$$Ceq = \frac{1}{\frac{1}{C3}} + \frac{1}{\frac{1}{C9}} + \frac{1}{\frac{1}{C12}} = \frac{1}{\frac{1}{2 \text{ x } 10}} + \frac{1}{\frac{1}{18 \text{ x } 10}} + \frac{1}{\frac{1}{6.5 \text{ x } 10}} =$$

Ceq = 1.41 uC

P# 24

Un protón experimenta una fuerza eléctrica



de 3.0×10^{-17} **i** N, en cierto punto P del espacio. Encuentre

el valor del campo eléctrico en este punto.

$q = 1.6 \times 10^{-19}$ C, $F = 3.0 \times 10^{-17}$ i N

El campo eléctrico en una región del espacio está dado por

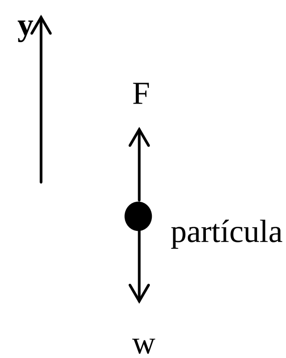
$$E = \frac{F}{q}$$

Sustituyendo valores

$$E = \frac{3 \, x \, 10^{-17} i}{1.6 \, x \, 10^{-19}}$$

E = 187.5i N/C

P# 26



¿Cuál es la magnitud y la dirección del campo eléctrico

Que compensa el de:

a) Un electrón?
b) De un protón?

Del diagrama de cuerpo libre, se tiene

$$F + W = 0 \qquad (1)$$

Por otro lado, el campo eléctrico está dado por

$$E = \frac{F}{q}$$

Despejando F, se tiene

$$F = qE$$

Y el peso de una partícula está dado por

$$W = -mg\mathbf{j}$$

Sustituyendo la fuerza eléctrica y el peso en la ecuación (1), se tiene

$$qE - mg\mathbf{j} = 0$$

Despejando

$$E = \frac{mg}{q}\, j \qquad (2)$$

a) $q = 1.6 \times 10^{-19}$ C, $m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg, $g = 9.81 m/s^2$.

Sustituyendo valores en la ecuación (2)

$$E = \frac{(9.1\, x\, 10^{-31})(9.81)}{-.16\, x\, 10^{-19}} j$$

$E = -5.58 \times 10^{-11}$ j N/C

b) $q = 1.6 \times 10^{-19}$ C, $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ Kg, $g = 9.81\ m/s^2$

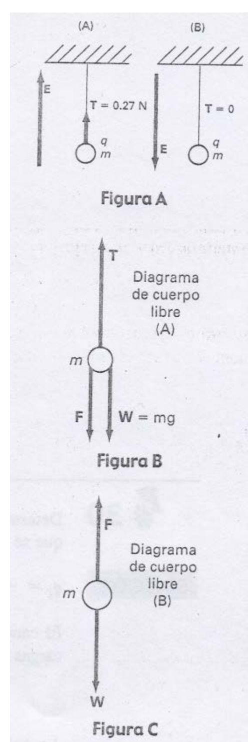
Sustituyendo valores en la ecuación (2)

$$E = \frac{(9.1\, x\, 10^{-27})(9.81)}{-.16\, x\, 10^{-19}} j$$

$E = 1.024 \times 10^{-7}$ j N/C

P# 28

Una esfera con carga eléctrica, sostenida por un hilo, se Encuentra en un campo eléctrico vertical. Cuando el



Campo se dirige hacia arriba, la tensión en el hilo es de 0.027 N. Cuando el campo se dirige hacia abajo la tensión es cero. Encuentre la masa de la esfera.

T = 0.027 N

En la figura B se presenta el diagrama de cuerpo libre para primer caso, ya que hay equilibrio, se tiene

$$T = F + W$$

Donde F = qE y W = mg, sustituyendo se tiene

$$T = qE + mg$$

En la figura C se presenta el diagrama de cuerpo libre para

El segundo caso, también es equilibrio, se tiene

$$F = W$$

Donde $F = qE$ y $W = mg$, sustituyendo se tiene

$$qE = mg$$

Sustituyendo la expresión de la tensión T, se tiene

$$T = mg + mg = 2mg$$

Despejando la masa, se tiene

$$m = \frac{T}{2g}$$

Sustituyendo valores

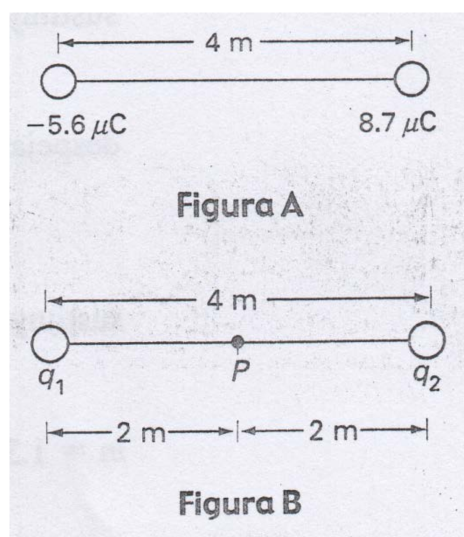
$$m = \frac{0.027}{2(9.81)}$$

m = 1.376g

P# 30

Determine el campo eléctrico debido a las dos cargas

Que se ven en la figura A en el punto medio de ellas.



$q_1 = -5.6 \times 10^{-6}$ C, $q_2 = 8.7 \times 10^{-6}$ C

El campo eléctrico neto en un punto P debido a varias

Cargas puntuales, esta dado por

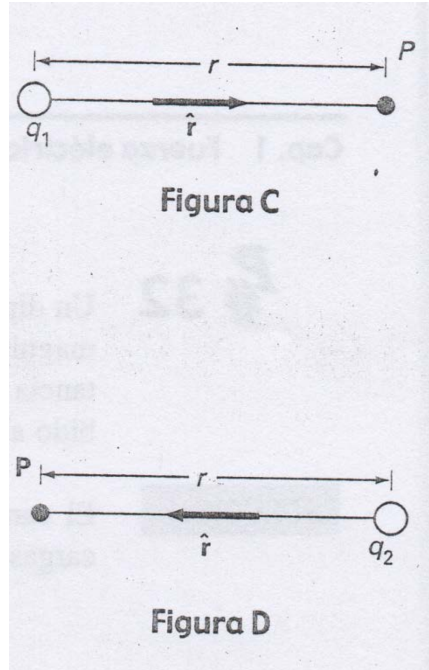
$$E = \sum_i E_i$$

Donde E_i , es el campo eléctrico debido a la carga q_i en el

Punto P, y este esta dado por

$$E_i = k\,\frac{q_1}{r^2}\,r$$

Para calcular el campo eléctrico E_1 debido a q_1, se considera



Que el vector unitario r se dirige hacia el punto P,

Como se ilustra en la figura C, es decir:

$$r = 2m \ \text{ y } \ r = i$$

Sustituyendo valores

$$E_1 = \frac{9 \, x \, 10^9(-5.6 \, x \, 10^{-6})}{(2)^2} i$$

E_1 = -12600i N/C

Como se observa, E_1 se dirige hacia q_1.

Para calcular el campo eléctrico E_2 debido a q_2, se considera

Nuevamente que el vector unitario se dirige hacia el punto P.

$$r = 2m \ \text{ y } \ r = -i$$

Sustituyendo valores

$$E_2 = 9 \text{ x } 10^9 \frac{8.7 \, x \, 10^{-6}}{(2)^2} (-i)$$

E_2 = -19575i N/C

Como se observa, E_2 sale de q_2 hacia el punto P. Sumando E_1 y E_2, se tiene

$$E = E_1 + E_1 = (-12600i) + (-19575i)$$

E = -32175i N/C

P# 32

Un dipolo eléctrico esta formado por dos cargas de igual

Magnitud pero de signo contrario, separadas por una distancia 2a. Determine el campo eléctrico en el punto P debido Al dipolo eléctrico mostrado en la figura A.

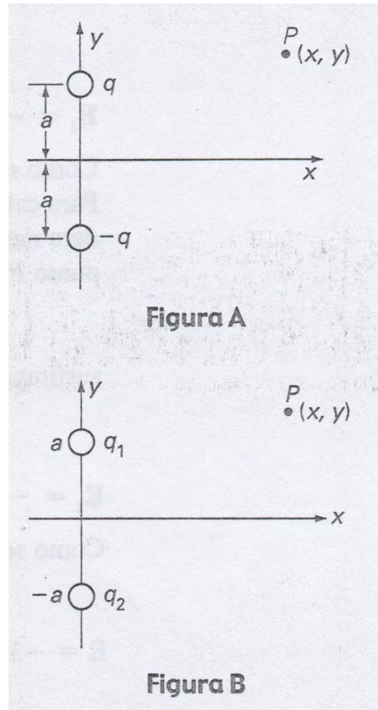


Figura A

Figura B

El campo eléctrico neto en un punto P debido a varias cargas puntuales esta dado por

$$E = \sum_i E_i$$

Donde E_i es el campo eléctrico debido a la carga q_i en el Punto P, y este esta dado por

$$E = k\frac{q}{r^2}r$$

Para calcular el campo eléctrico E_1 debido a q_1 = q, de la Figura C se tiene

$$r = \sqrt{x^2 + (y - a)^2}$$

Y el vector unitario apunta hacia el punto P, por lo tanto Su valor en función de los datos es

$$\hat{\mathbf{r}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + (y - a)^2}}\hat{\mathbf{i}} + \frac{y - a}{\sqrt{x^2 + (y - a)^2}}\hat{\mathbf{j}}$$

Sustituyendo las expresiones, se tiene

$$\mathbf{E}_1 = k\frac{q}{\sqrt{(x^2 + (y - a)^2)^2}}\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + (y - a)^2}}\hat{\mathbf{i}} + \frac{y - a}{\sqrt{x_2 + (y - a)^2}}\hat{\mathbf{j}}\right)$$

$$\mathbf{E}_1 = \left(\frac{kqx}{x^2 + (y - a)^2)^{3/2}}\hat{\mathbf{i}} + \frac{kq\,(y - a)}{(x^2 + (y - a)^2)^{3/2}}\hat{\mathbf{j}}\right)\ \text{N/C}$$

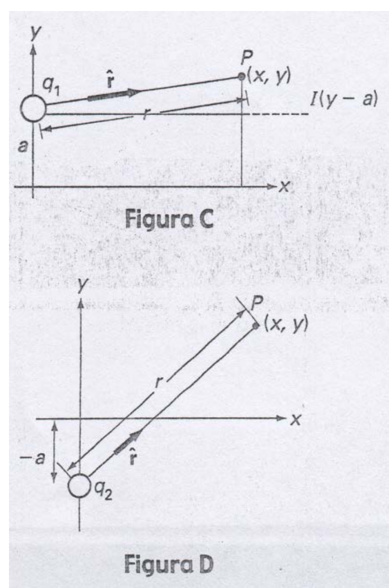


Figura C

Figura D

Para calcular el campo eléctrico E_2 debido a q_2 = q,

De la figura D se tiene

$$r = \sqrt{x^2 + (y + a)^2}$$

Este nuevo vector unitario también se dirige hacia el punto P,

Por lo que su valor en función de los datos es:

$$\hat{\mathbf{r}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + (y + a)^2}}\hat{\mathbf{i}} + \frac{y + a}{\sqrt{x^2 + (y + a)^2}}\hat{\mathbf{j}}$$

Sustituyendo las expresiones, se tiene

$$\mathbf{E}_2 = k - \frac{-q}{\sqrt{(x^2+(y+a)^2)^2}}\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+(y+a)^2}}\hat{\mathbf{i}} + \frac{y+a}{\sqrt{x^2+(y+a)^2}}\hat{\mathbf{j}}\right)$$

$$\mathbf{E}_2 = \left(-\frac{kqx}{(x^2+(y+a)^2)^{3/2}}\hat{\mathbf{i}} - \frac{kq(y+a)}{(x^2+(y+a)^2)^{3/2}}\hat{\mathbf{j}}\right)\text{ N/C}$$

Sumando los campos eléctricos, se tiene

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = \frac{kqx}{(x^2+(y-a)^2)^{3/2}}\hat{\mathbf{i}} + \frac{kq(y-a)}{(x^2+(y-a)^2)^{3/2}}\hat{\mathbf{j}} + \left(-\frac{kqx}{(x^2+(y+a)^2)^{3/2}}\hat{\mathbf{i}} - \frac{kq(y+a)}{(x^2+(y+a)^2)^{3/2}}\hat{\mathbf{j}}\right)$$

$$\mathbf{E} = kqx\left(\frac{1}{(x^2+(y-a)^2)^{3/2}} - \frac{1}{(x^2+(y+a)^2)^{3/2}}\right)\hat{\mathbf{i}} + kq\left(\frac{y-a}{(x^2+(y-a)^2)^{3/2}} - \frac{y+a}{(x^2+(y+a)^2)^{3/2}}\right)\hat{\mathbf{j}}\text{ N/C}$$

P# 34

Tres cargas puntuales idénticas, q, se localizan a lo largo De una circunferencia de radio r a ángulos de 30º, 150º y 270º como se muestra en la figura A. ¿Cuál es el campo eléctrico resultante en el centro del circulo?

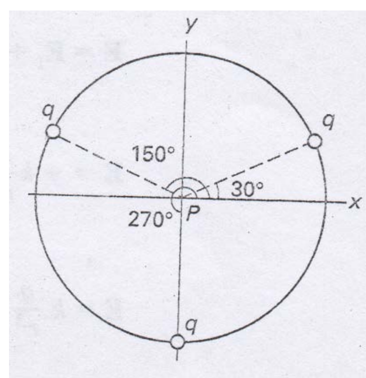


Figura A

El campo eléctrico neto en el centro del circulo (Punto P) Que se genera debido a varias cargas puntuales, está dado Por:

$$E = \sum_i E_i$$

Donde E_i es el campo eléctrico debido a la carga q_i en el Punto P, y este está dado por:

$$E = k\,\frac{q_i}{r^2}\,r$$

Para calcular el campo eléctrico E_1, debido a la carga q_1, Determinamos primero el vector unitario, el cual apunta

Hacia el centro de la circunferencia (Figura C).

$$r = \cos 30^\circ i - \text{sen}\,30^\circ j = 0.866i - 0.5j$$

Sustituyendo valores

$$E_1 = k\,\frac{q}{r^2}\,(0.866i - 0.5j)$$

Para calcular el campo eléctrico E_2, debido a la carga q_2,

Determinamos otro nuevo vector unitario que apunta también

hacia el centro de la circunferencia (Figura D),

$$r = -\cos 30^\circ i - \text{sen}\,30^\circ j = -0.866i - 0.5j$$

Sustituyendo valores

$$E_2 = k\,\frac{q}{r^2}\,(-0.866i - 0.5j)$$

Para calcular el campo eléctrico E_3, debido a la carga q_3,

De la figura E se tiene

$$r = j$$

Sustituyendo valores

$$E_3 = k\,\frac{q}{r^2}\,j$$

Para obtener el campo eléctrico neto, se suman los

Campos

$$E = E_1 + E_2 + E_3 = E = k\,\frac{q_i}{r^2}\,(0.866i - 0.5j)$$

$$E = +\,k\,\frac{q_i}{r^2}\,(-0.866i - 0.5j) + k\,\frac{q}{r^2}\,j$$

$$E = k\,\frac{q}{r^2}\,(0.866i - 0.5j - 0.866i - 0.5j + j)$$

$$E = 0$$

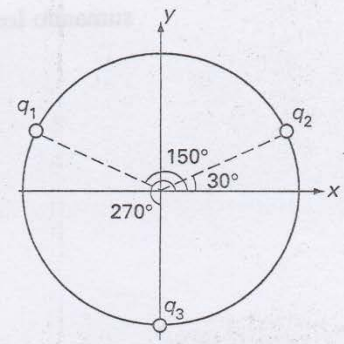


Figura B

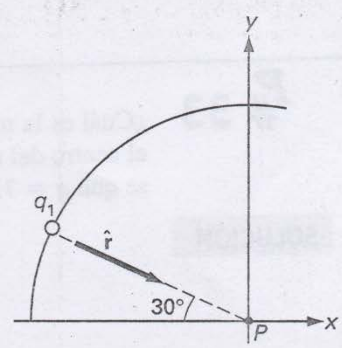


Figura C

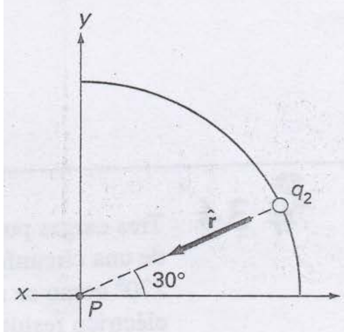


Figura D

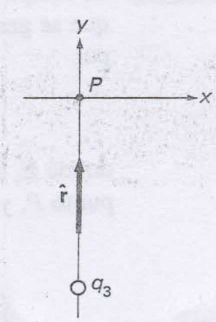


Figura E

P# 36

Dos cargas están en las esquinas de un triángulo isósceles

Como en la figura A. Calcule la intensidad del campo

Eléctrico en el punto P.

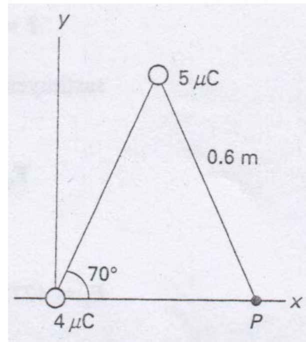


Figura A

q_1 x 10^{-6} C, q_2 = 5 x 10^{-6} C

El campo eléctrico neto en un punto P debido a va varias

Cargas puntuales, está dado por

$$E = \sum_i E_i$$

Donde E_i es el campo eléctrico debido a la carga q_1 en el

Punto P, y este esta dado por

$$E = k\,\frac{q}{r^2}r$$

En esta solución en particular consideraremos que los vectores unitarios coinciden con la dirección y el sentido del campo eléctrico, y en el punto P se encuentra una carga de prueba positiva.

Para el campo eléctrico E_1 debido a q_1, se tiene de la figura C

Que la distancia entre q_1 y el punto P se obtiene de:

$$\cos 70^\circ = \frac{\frac{r}{2}}{0.6}$$

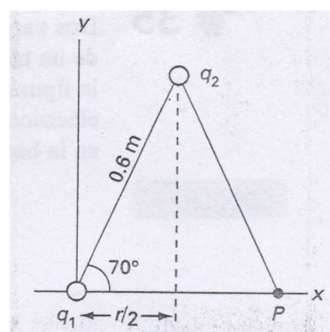


Figura B

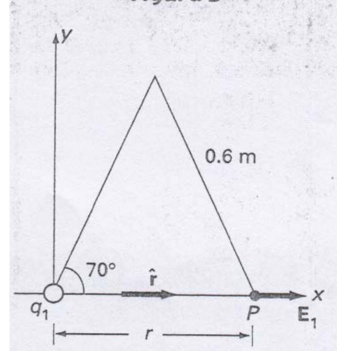


Figura C

Despejando r, se tiene

$$r = 2(0.6)\cos 70^\circ = 0.41 \text{ m}$$

el vector unitario coincide con E_1 por lo tanto:

$$r = i$$

Sustituyendo valores

$$E_1 = 9 \times 10^9\,\frac{4x10^{-6}}{(0.41)^2}i$$

E_1 = 214158.24i N/C

Para determinar el campo eléctrico E_2 debido a q_2, se tiene

Que conocer la distancia entre q_2 y el punto P, de la

Figura D se tiene:

$$r = 0.6m$$

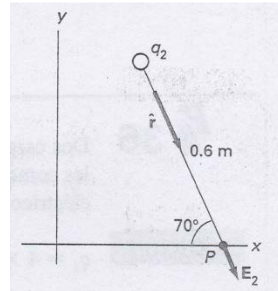


Figura D

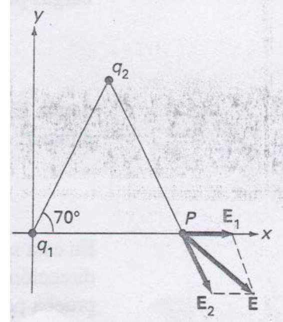


Figura E

El vector unitario coincide en E_2, por lo tanto:

$$r = \cos 70º i - \operatorname{sen} 70º j = 0.342i - 0.94j$$

Sustituyendo valores

$$E_2 = 9 \times 10^9 \frac{5x10^{-6}}{(0.6)^2}(0.342i - 0.94j)$$

$E_2 = 42750i - 117500j$ N/C

Para calcular el campo eléctrico neto, se suman vectorialmente

Las intensidades de campo eléctrico (Figura E)

$E = E_1 + E_2 = 214158.24i + (42750i - 117500j)$ N/C

$E = (256908.24i - 117500j)$ N/C

P#38

Una carga de -16 µC está colocada en el eje x en

X_1 = -5.0 m y otra carga de 8µC está colocada a lo

Largo del eje x en x_2 = 3.0 m(Figura A) ¿En qué punto

A lo largo del eje x el campo eléctrico es cero?

Figura A

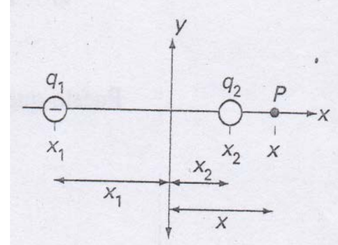


Figura B

$q_1 = -16 \times 10^{-6}$ C, $x_1 = -5.0$ m, $q_2 = 8 \times 10^{-6}$ C, $x_2 = 3.0$ m

El punto donde podría ser cero el campo eléctrico es a la

Derecha de la carga de 8 µC, pues si esta entre las cargas,

Los campos están en la misma dirección y no se anularían,

Y si estuviera a la izquierda de la carga de -16µC

La magnitud de esta carga seria mayor que la otra y los

Campos eléctricos no se eliminarían.

El campo eléctrico neto en un punto P debido a varias cargas puntuales, esta dado por

$$E = \sum_i E_i$$

Donde E_i es el campo eléctrico debido a la carga q_i en el punto P, y esta dado por

$$E = k\,\frac{q}{r^2}r$$

Para el campo eléctrico E_1 debido $q_{1,}$ se tiene

$$r_1 = x - x_1 = x - (-5.0) = x + 5$$

El vector unitario en esta ocasión tendrá la misma dirección

Y sentido que E_1 (Figura C), por lo que:

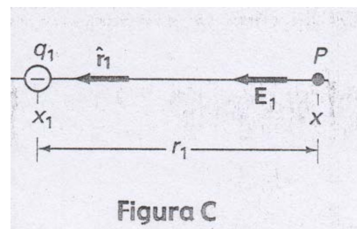


Figura C

$$r_1 = -i$$

Sustituyendo valores, considerando en q_1 su valor absoluto,

Es decir:

$$E_1 = 9 \text{ x } 10^9\,\frac{16\,x\,10^{-6}}{(x+5)^2} - i = -\,\frac{144\,x\,10^3}{(x+5)^2}\,i\;\frac{N}{C}$$

Para el campo eléctrico E_2 debido a q_2 se tiene

$$Rr_2 = x - x_2 = x - 3$$

El vector unitario coincide con la dirección y sentido

De E_2 (Figura D) por lo que

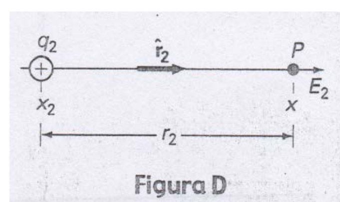


Figura D

$$r_2 = i$$

Sustituyendo los valores

$$E_2 = 9 \text{ x } 10^9\,\frac{8\,x\,10^{-6}}{(x-3)^2}\,i = \frac{72\,x\,10^3}{(x-3)^2}\,i$$

Sumando los campos, igualando a cero y despejando x,

Se tiene $E = E_1 + E_2 = \frac{144\,x\,10^3}{(x+5)^2}\,i + \frac{72\,x\,10^3}{(x-3)^2}\,i$

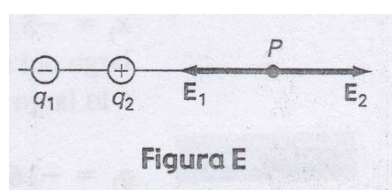


Figura E

Puesto que E debe ser igual a cero en P se tiene

$$\mathbf{E} = 72 \times 10^3\left(-\frac{2}{(x+5)^2} + \frac{1}{(x-3)^2}\right)\hat{\mathbf{i}} = 0$$

$$\mathbf{E} = -\frac{2}{(x+5)^2} + \frac{1}{(x-3)^2} = 0$$

$$2(x-3)^2 = (x+5)^2$$

$$2(x^2 - 6x + 9) = x^2 + 10x + 25$$

$$2x^2 - 12x + 18 = x^2 + 10x + 25$$

$$X^2 - 22x - 7 = 0$$

Como es una ecuación de 2do grado, el valor de x se obtiene de:

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{(-22)^2 - 4(1)(-7)}}{2(1)}$$

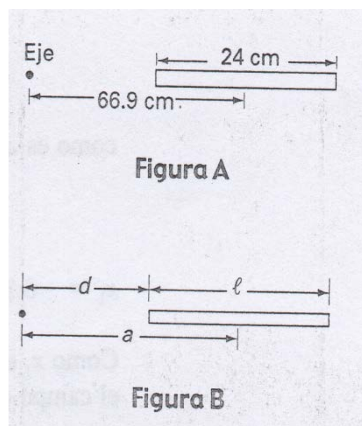
x_1 = -0.314 m, x_2 = 22.314 m

Como x_1 está a la izquierda de q_1 no se toma en consideración, por lo que el punto donde el campo eléctrico es cero es:

x = 22.314 m

P# 40

Una barra de 24 cm de longitud está cargada uniformemente con una carga total de 80.7 µC. Determine la magnitud del campo eléctrico sobre el eje de la barra a 66.9 cm del centro de la barra (Figura A).



e = 0.24 m, Q = 80.7 x 10^{-6} C, a = 0.699 m

La magnitud de la intensidad del campo eléctrico debido A una barra cargada en un punto que está situado a un lado De la barra (Figura B), está dado por

$$E = \frac{kQ}{d(l+d)}$$

Como *a* es la distancia del centro de la barra al punto donde se desea calcular el campo eléctrico, *d* es igual a

$$d = a - \frac{l}{2} = 0.699 - \frac{0.24}{2} = 0.549 \text{ m}$$

Sustituyendo valores $E = \frac{(9x10^9)(80.7x10^{-6})}{(0.549)(0.24+0.549)}$

E = 1.68 x 10^6 N/C

P#42

Una línea de carga empieza en x = $-x_0$ y se extiende

Hasta el infinito negativo. Si la densidad lineal de carga

Esta dada por $\lambda = \lambda_0 x/x$, determine el campo eléctrico

En el origen.

Figura A

El campo eléctrico debido a una diferencial de carga, esta dado por

$$d\mathrm{E} = k\,\frac{dq}{r^2}\mathrm{r}$$

Considerando una diferencial de carga dq en la posición

X, como se muestra en la figura B, se tiene

$$r = 0 - x = -x$$

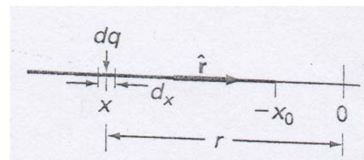


Figura B

El vector unitario dirigido hacia el origen

$$r = i$$

por otro lado la densidad de carga lineal, está dada por

$$\lambda = \frac{dq}{dx}$$

Despejando dq, se tiene

$$dq = \lambda dx = \frac{\lambda_0\, x_0}{x}\, dx$$

Sustituyendo en el campo eléctrico e integrando, se obtiene

$$d\mathbf{E} = k\,\frac{\dfrac{\lambda_o x_o}{x}\,dx}{(-x)^2}\,\hat{\mathbf{i}} = k\,\frac{\lambda_o x_o dx}{x^3}\hat{\mathbf{i}}$$

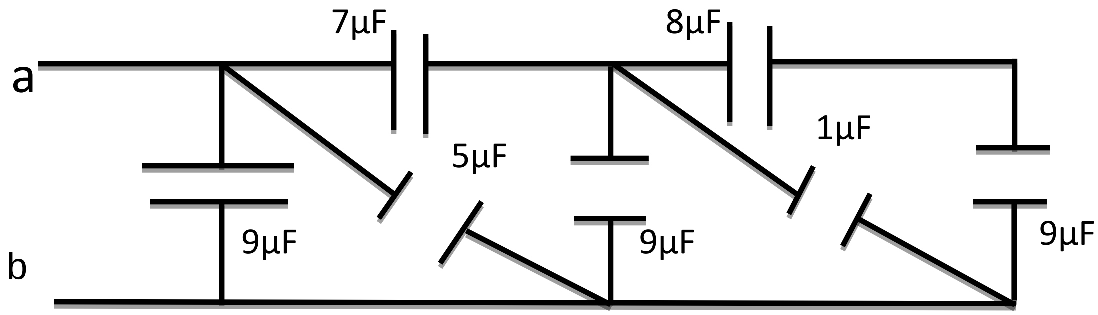
$$\mathbf{E} = \int_{-\infty}^{-x_o} k\,\frac{\lambda_o x_o dx}{x^3}\hat{\mathbf{i}} = k\lambda_o x_o\,\hat{\mathbf{i}}\int_{-\infty}^{-x_o}\frac{dx}{x^3} = k\lambda_o x_o\,\hat{\mathbf{i}}\left(-\frac{1}{2x^2}\right)\Big|_{-\infty}^{-x_o}$$

$$= \frac{k\lambda_o x_o\hat{\mathbf{i}}}{2}\left(\frac{1}{x^2}\right)\Big|_{-\infty}^{-x_o} = -\frac{k\lambda_o x_o\hat{\mathbf{i}}}{2}\left(\frac{1}{x_0^2} - 0\right)$$

$$\mathbf{E} = -\frac{k\lambda_o}{2x_o}\,\hat{\mathbf{i}}$$

P #28

Calcule la capacitancia equivalente entre los puntos a y b en el grupo de capacitores que se muestran en la figura A.



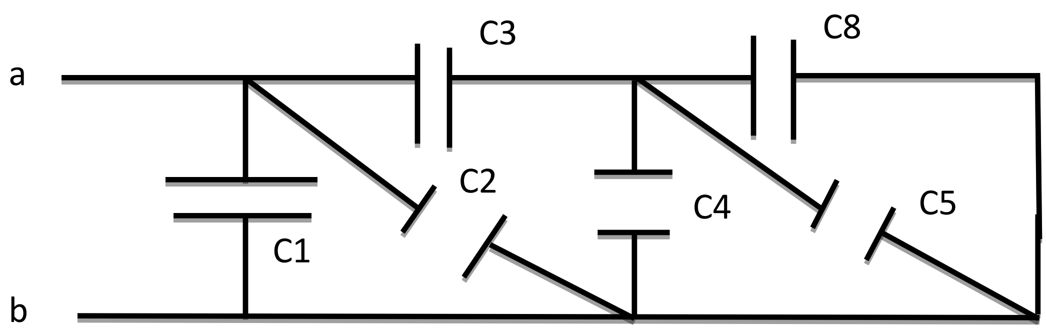
$C_1=9x10^{-6}$ F $\qquad C_2=5x10^{-6}F$

$C_3=7x10^{-6}$ F $\qquad C_4=9x10^{-6}F$

$C_5=1x10^{-6}$ $FC_6=8x10^{-6}F$

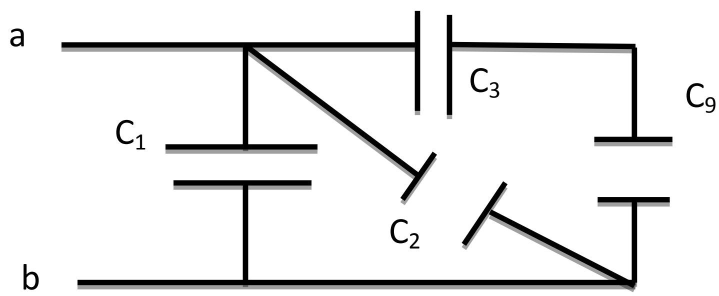
$C_7=9x10^{-6}F$

$$C_8=\frac{C_6C_7}{C_6+C_7}=\frac{(8x10^{-6})(9x10^{-6})}{8x10^{-6}+9x10^{-6}}=4.24x10^{-6}F$$

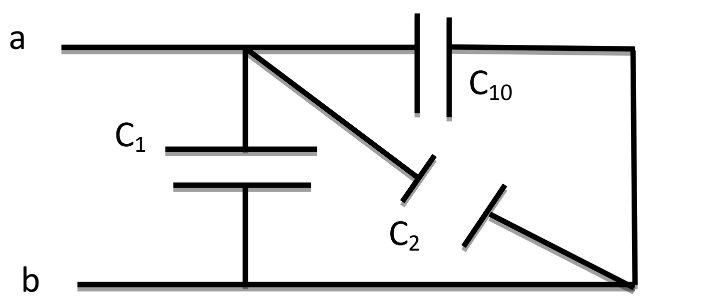


$C_9=C_4+C_5+C_8=9x10^{-6}+1x10^{-6}+4.24x10^{-6}$

$C_9=14.24x10^{-6}F$



$$C_{10} = \frac{C_9 C_3}{C_9 + C_3} = \frac{(14x10^{-6})(7x10^{-6})}{14x10^{-6} + 7x10^{-6}} = 4.69x10^{-6}F$$



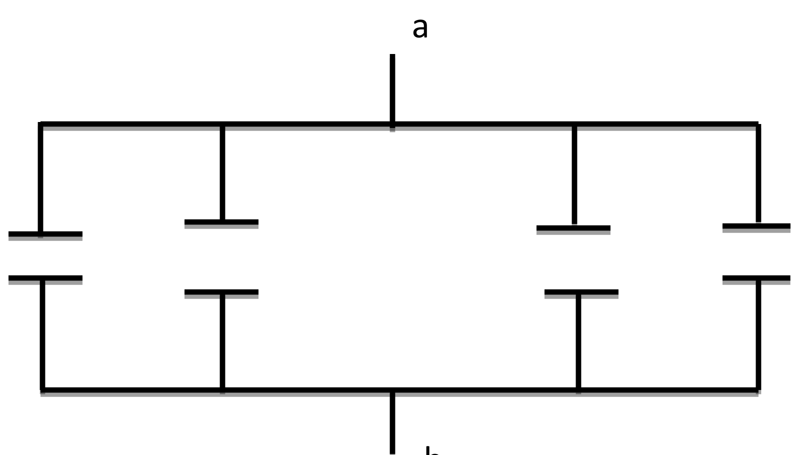
$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_{10} = 9x10^{-6} + 9x10^{-6} + 4.69x10^{-6} = 18.69\mu F$$

P #30

¿Cómo deberían ser conectados cuatro capacitores de 2µF para que tengan una capacitancia total de…

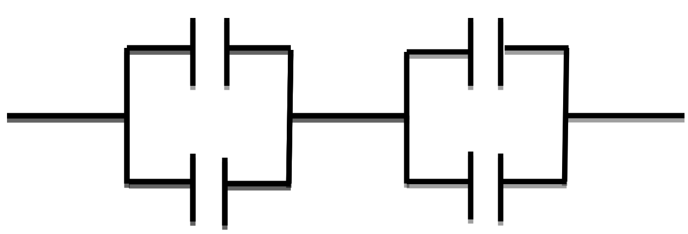
a) 8µF
b) 2µF
c) 1.5µF
d) 0.5µF

a)



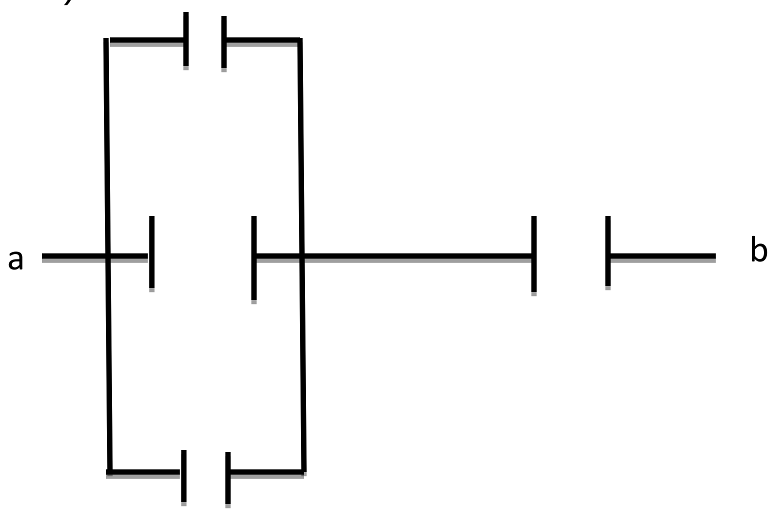
$$C_{eq} = 4(2\mu F) = 8\mu F$$

b)



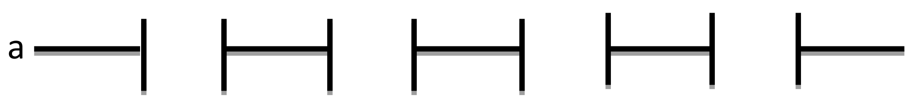
$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{4\mu F}+\frac{1}{4\mu F}} = 2\mu F$$

c)



$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{6\mu F}+\frac{1}{2\mu F}} = \frac{6}{4}\mu F = 1.5\mu F$$

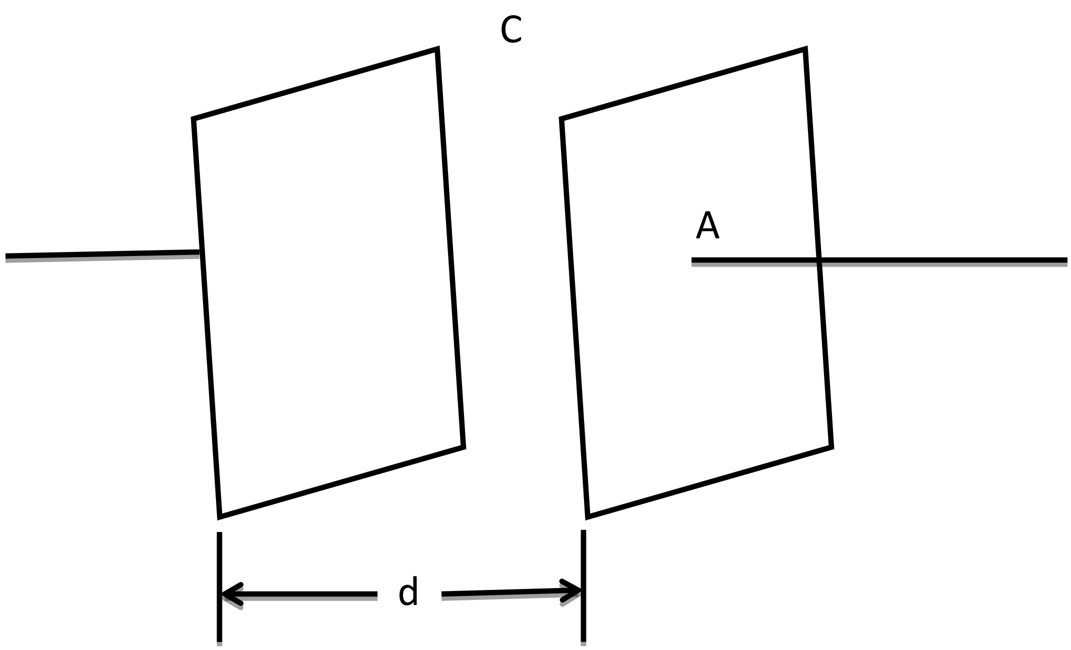
d)



$$C_{eq} = \frac{2\mu F}{4} = 0.5\mu F$$

P #32

Considere un capacitor de placas paralelas lleno de aire. Si la capacitancia del capacitor es de 1F y ña distancia entre las placas es de 1mm. ¿Cuál es el área de las placas (exprese su resultado en km^2)?



$$C = 1F, d = 0.0001$$

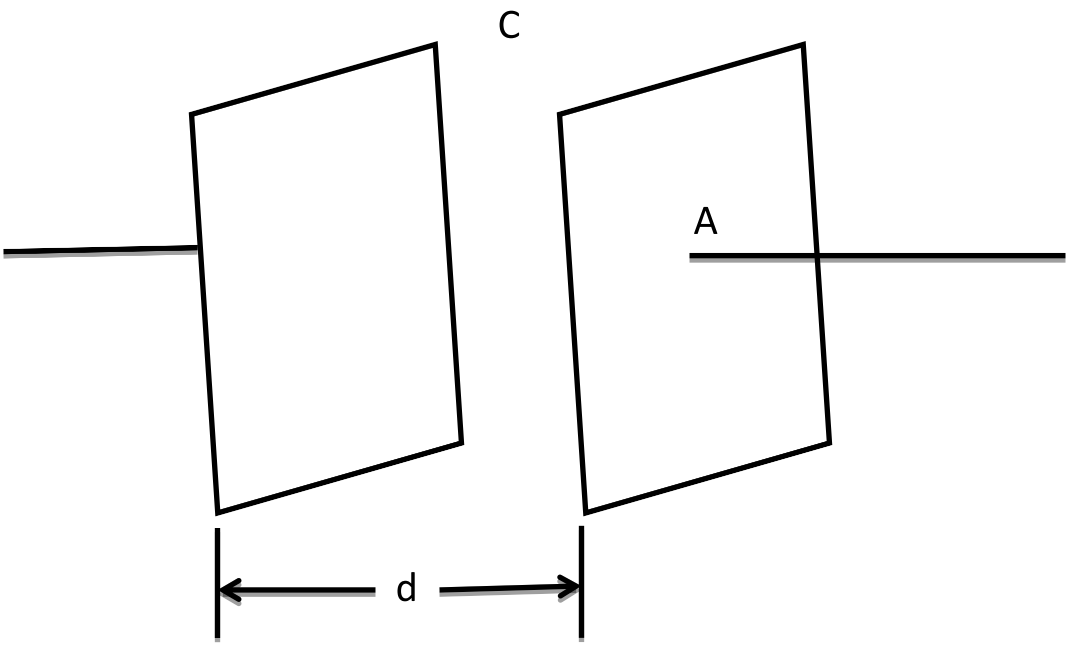
$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$A = \frac{Cd}{\epsilon_0}$$

$$A = \frac{(1)(1x10^{-3})}{8.85x10^{-12}} = 113km^2$$

P #34

Dos placas planas paralelas en el aire están separadas por 9mm, tienen conjuntamente una capacitancia de 16pF, ¿Cuál es el área de las placas?



$$d = 0.0009m, C = 16x10^{-12}F$$

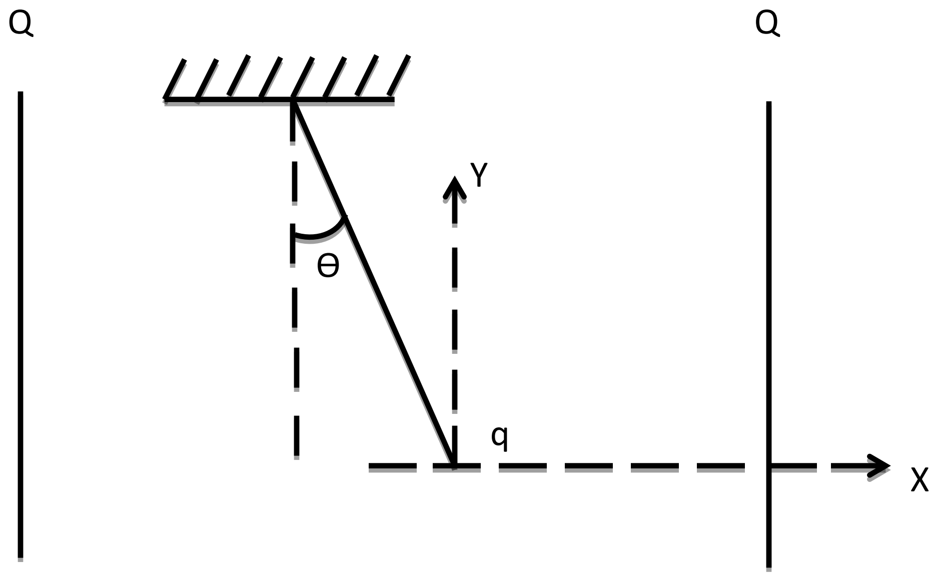
$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

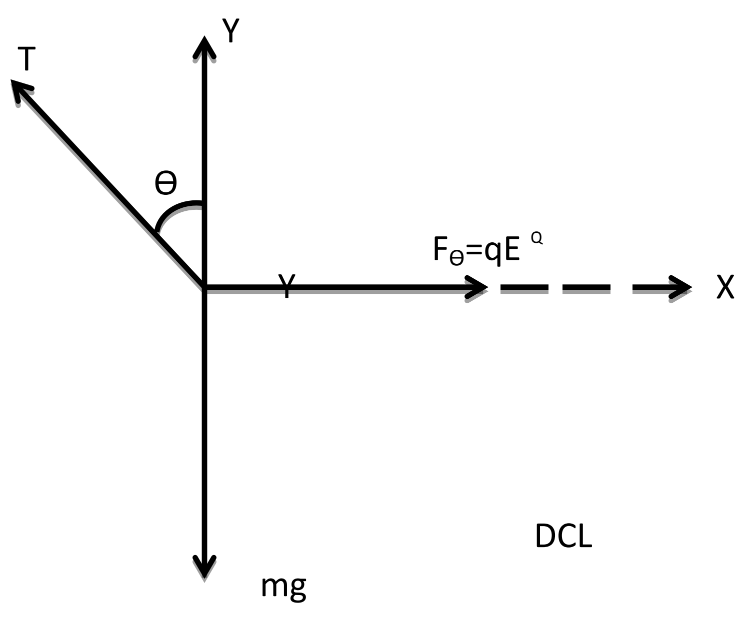
$$A = \frac{Cd}{\epsilon_0}$$

$$A = \frac{(16x10^{-12})(0.0009)}{8.85x10^{-12}} = 16.27x10^{-3}m$$

P #36

Considere dos placas paralelas verticales, separadas por una distancia de 5 cm. Las placas tienen la misma carga pero de signo contrario. Un pequeño objeto de masa de 15g y carga 7nC cuelga entre las placas. Si el hielo que sostiene al objeto forma un ángulo de 20º con la vertical. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las placas?





$$d = 0.05\ m, m = 0.0150\ kg, q = 17x10^{-9}\ C, \Theta = 20^0$$

En el eje X: $T\ sen\Theta = qE$

En el eje Y: $T\ cos\Theta = mg$

$$tan\Theta = \frac{qE}{mg}$$

$$E = \frac{mg}{q} tan\Theta$$

$$V = Ed$$

$$V = \frac{mgd}{q} tan\Theta$$

$$V = \frac{(0.015)(9.81)(0.05)}{17x10^{-9}} tan20^0$$

$$V = 157.52x10^3 V$$

P #44

¿Cuánta energía total esta almacenada en el grupo de capacitores que se muestran en la figura del problema 19 si V_{ab}=26V?

$$C_{eq} = 5.93x10^{-6}F$$

$$V_{ab} = 26V$$

$$U = \frac{1}{2}CV^2$$

$$U = \frac{1}{2}(5.93x10^{-6})(26)^2$$

$$U = 2.99mJ$$

P #46

Suponga un capacitor de capacitancia C que puede operar a un potencial máximo V. Compare la máxima energía que puede almacenar una combinación en serie de dos de estos capacitores con la máxima energía almacenada por una combinación en paralelo de estos dos capacitores.

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{CC}{C + C} = \frac{C}{2}$$

$$U_S = \frac{1}{2} C_{eq} V^2 = \frac{1}{2} \frac{C}{2} (2V)^2 = CV^2$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = C + C = 2C$$

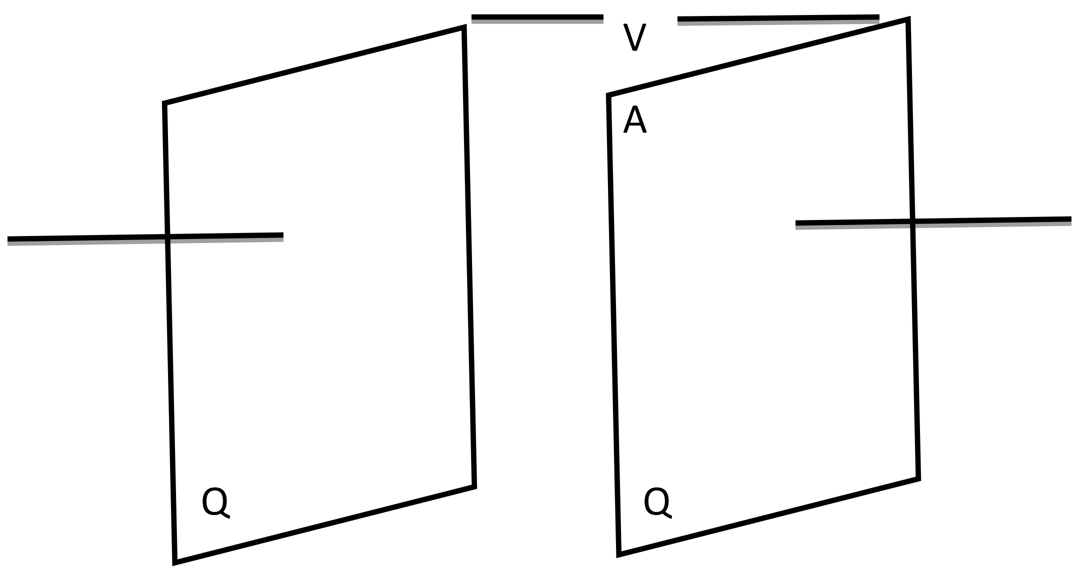
$$U_P = \frac{1}{2} C_{eq} V^2 = \frac{1}{2} (2C) V^2 = CV^2$$

Comparando las expresiones de U_S y U_P se ve que ambas energías son iguales.

P #48

Considere un capacitor con placas paralelas, cuya área es 16cm2, tiene una capacitancia de 88pF. Si existe una diferencia de potencial de 15V entre sus placas, calcule:

a) La energía almacenada en el capacitor.
b) La densidad de energía (energía por unidad de volumen) en el campo eléctrico del capacitor si las placas están separadas por aire.



$$A = 0.0016\, m^2, C = 88x10^{-6}\, F, V = 15V$$

a) La energía en un capacitor está dado por.

$$U = \frac{1}{2}CV^2$$

$$U = \frac{1}{2}(88x10^{-12})(15)^2$$

$$U = 9.9nJ$$

b) La densidad de energía en un campo eléctrico está dado por.

$$U = \frac{1}{2}\epsilon_{\Theta}E^2$$

$$V = Ed$$

$$E = \frac{V}{d}$$

$$U = \frac{1}{2}\epsilon_{\Theta}(\frac{V}{d})^2$$

$$C = \epsilon^{\Theta}\frac{A}{d}$$

$$d = \frac{\epsilon_{\Theta}A}{C}$$

$$U = \frac{1}{2}\epsilon_{\Theta}(\frac{V}{\frac{\epsilon_{\Theta}A}{C}})^2 = \frac{1}{2}\epsilon_{\Theta}(\frac{VC}{\epsilon_{\Theta}A})^2 = \frac{1}{2}\frac{V^2C^2}{\epsilon_{\Theta}A^2}$$

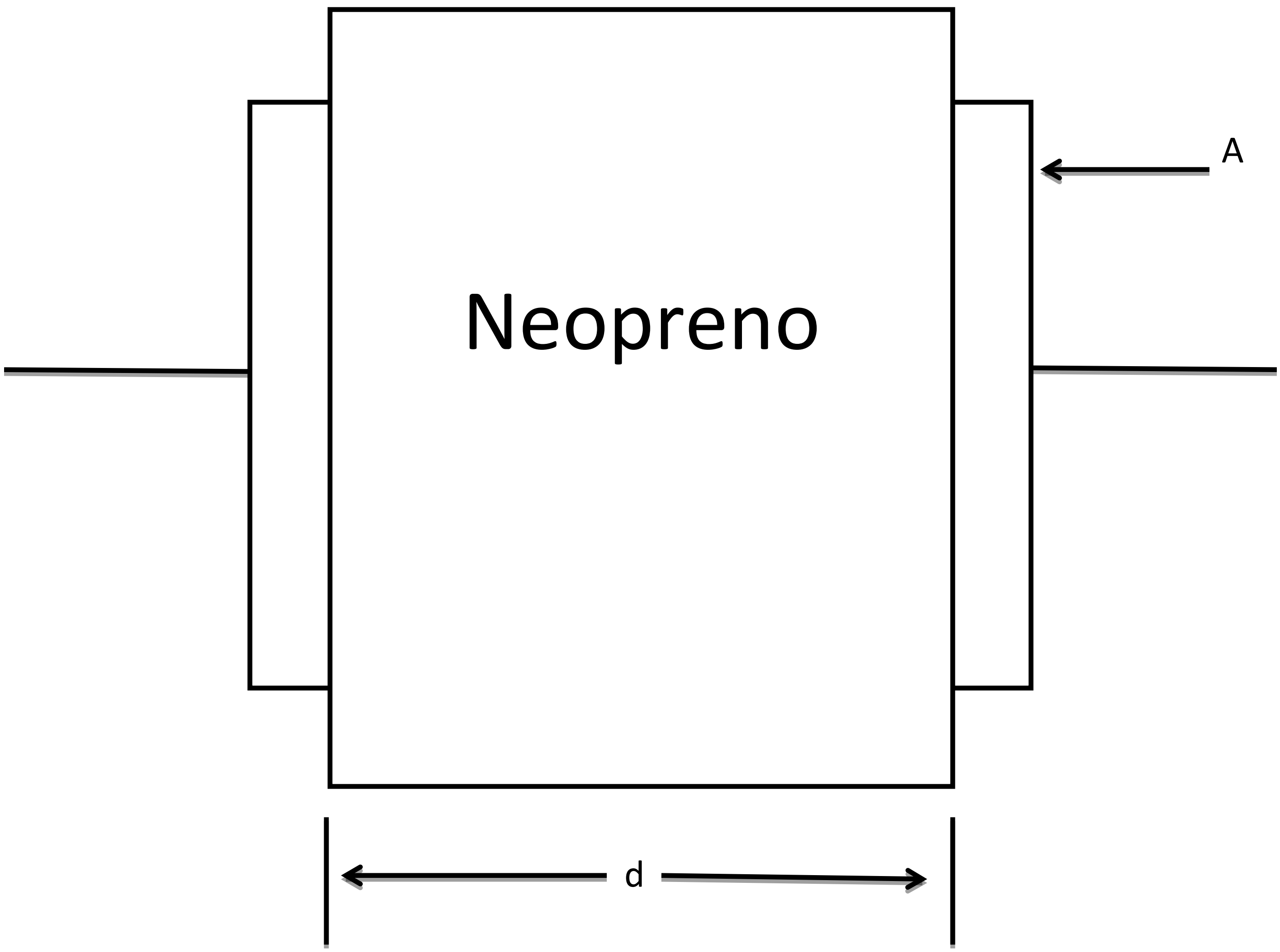
$$U = \frac{1}{2}\frac{(1)(8.85x10^{-12})^2}{(8.85x10^{-12})(0.00016)^2}$$

$$U = 38.45\, mJ/m^3$$

P #54

Un capacitor con placas paralelas cuya área es 200cm2 tiene un relleno de caucho (neupreno) que tiene 12mm de espesor. Calcule:

a) La capacitancia
b) El voltaje máximo



$$A = 0.0200\ m^2, k = 6.7, \epsilon_{max} = 12x10^6\,\frac{V}{m}, d = 0.012\ m$$

$$C = k\epsilon_\Theta\,\frac{A}{d}$$

$$C = (6.7)(8.85x10^{-12})\,\frac{0.0200}{0.012}$$

$$C = 98.83pF$$

$$V = \epsilon_{max}d$$

$$V = (12x10^6)(0.012)$$

$$V = 144kV$$

p

 # 38. Deducir una expresión para el trabajo realizado para formar la configuración de cargas mostradas en la figura A.

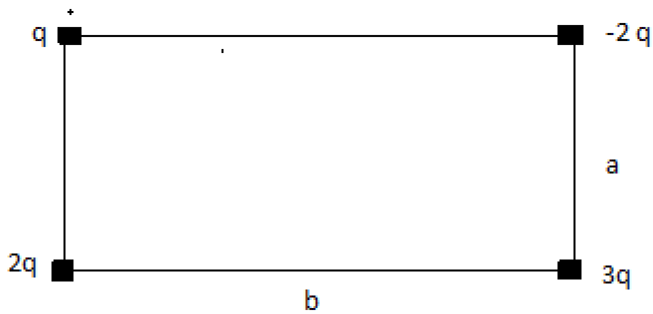


Figura A

Solución la energía potencial para una distribución de n cargas, está dada por

$$u = k \sum \sum \frac{qi\ qj}{rij}$$

Desarrollando la expresión de la energía potencial se tiene

$$u = k\left(\frac{\mathrm{q1\ q2}}{\mathrm{r12}} + \frac{q1\ q3}{r13} + \frac{q1\ q4}{r14} + \frac{q2q3}{r23} + \frac{q2\ q4}{r24} + \frac{q3\ q4}{r34} + \frac{x^3}{3!}\right)$$

De la figura b se deduce que

$$r12 = r14 = b, r14 = r23 = a$$

$$r13 = r24 = \sqrt{\mathrm{a}^2} + \mathrm{b\^{}2}$$

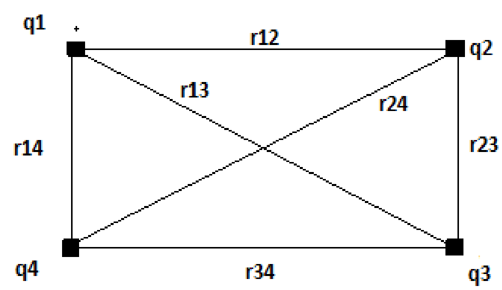


Figura B

Sustituyendo valores

$$u = k\left(\frac{q(-2q)}{b} + \frac{\mathrm{q(3q)}}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{\mathrm{q(2q)}}{a} + \frac{(-2q)(3q)}{a} + \frac{(-2\mathrm{q})(2\mathrm{q})}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{(3\mathrm{q})(2\mathrm{q})}{b}\right)$$

$$u = k\left(\frac{-2q^2}{b} + \frac{3\mathrm{q}^2}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{2\mathrm{q}^2}{a} + \frac{-6}{a} + \frac{-4\mathrm{q}^2}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{6\mathrm{q}^2}{b}\right)$$

$$w = kq^2\left(\frac{4}{b} - \frac{4}{a} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right)$$

$$u = kq^2\left(\frac{-2}{b} + \frac{3}{\sqrt{a^2} + b^2} + \frac{2}{a} + \frac{-6}{a} + \frac{-4}{\sqrt{a^2} + b^2} + \frac{6}{b}\right) = kq^2\left(\frac{4}{b} - \frac{4}{a} - \frac{1}{\sqrt{a^2} + b^2}\right)$$

Como la energía en la configuración es igual al trabajo para formar esta. El trabajo es

$$w = kq^2\left(\frac{4}{b} - \frac{4}{a} - \frac{1}{\sqrt{a^2} + b^2}\right)$$

P # 40 Considere la configuración de cuatro cargas puntuales mostrada en la figura A. ¿cuánta energía debe utilizarse para enviar las dos cargas de 5 uC hasta el infinito?

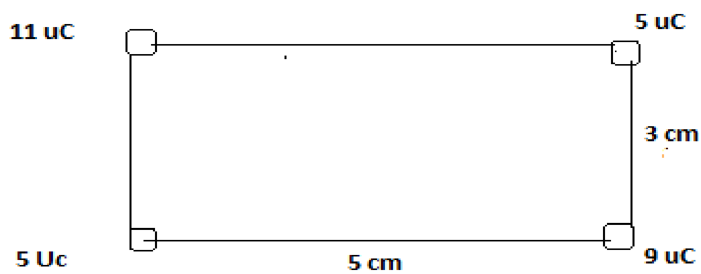


Figura A

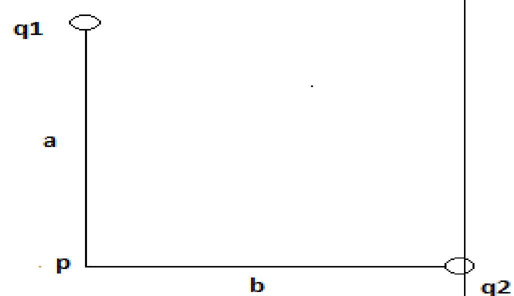


Figura B

Solución la energía para enviar una carga al infinito es igual al trabajo de traer la misma carga desde infinito para crear la misma configuración. Consideremos que el proceso para enviar las cargas al infinito se llevara a cabo enviando primero una carga y luego la otra.

Consideremos que las cargas de 2 uC y 8 uC ya están en la configuración. Se calculara la energía necesaria para traer la carga de 5 uC que está colocada en la esquina inferior izquierda y luego la energía necesaria para traer la carga de 5 uC que está colocada en la esquina superior derecha.

El potencial en la esquina inferior izquierda (punto P). Está dado por

$V = V_1 + V_2$

Donde V_1 y V_2, están dadas por

$$V_1 = k\left(\frac{q1}{a}\right) \text{ y } V_2 = k\left(\frac{q2}{b}\right)$$

Sustituyéndolas en la expresión del potencial, se tiene

$V = k\frac{q1}{a} + k\ \frac{q2}{b}$

La energía necesaria para traer la carga q_3, se obtiene de

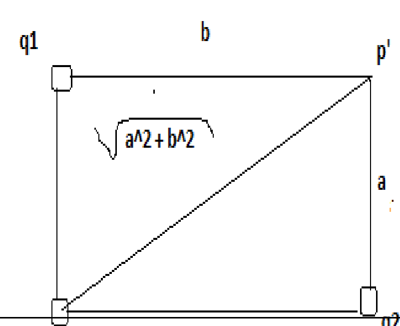


Figura C

$$U_3 = q_3 V$$

Entonces

$$U_3 = q_3\left(\mathrm{k}\ \frac{q1}{a} + k\ \frac{\mathrm{q}2}{b}\right)$$

El potencial en la esquina superior derecha (punto P'_1), está dado por

$$V' = V_1 + V_2 + V_3$$

Ya que ahora incluye el potencial debido a q_3 donde V_1, V_2, y V_3, están dados por

$V_1 = \mathrm{k}\,\frac{\mathrm{q}1}{b}$, $\quad V_2 = \mathrm{k}\,\frac{\mathrm{q}2}{a}$ $\quad$ y $\quad V_3 = \mathrm{k}\,\frac{\mathrm{q}3}{\sqrt{a^2+b^2}}$

Sustituyéndolas en la expresión del potencial total en P', se tiene

$$V' = k\ \frac{q1}{b} + k\ \frac{\mathrm{q}2}{a} + k\ \frac{\mathrm{q}3}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

La energía necesaria para traer la carga q_4, se puede obtener por

$$U_4 = q_4\, V'$$

Entonces

$$U_4 = q_4\left(\mathrm{k}\ \frac{q1}{b} + k\ \frac{\mathrm{q}2}{a} + \frac{\mathrm{K\,q}3}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)$$

Por lo tanto, la energía total necesaria para llevar las dos cargas al infinito es igual a la suma de las energías U_3 y U_4, es decir,

$$U = U_3 + U_4 = q_3\left(\mathrm{k}\ \frac{q1}{a} + k\ \frac{\mathrm{q}2}{b}\right) + q_4\left(\mathrm{k}\ \frac{q1}{b} + \frac{\mathrm{q}2}{a} + \frac{\mathrm{Kq}3}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)$$

$$U = \mathrm{k}\left(\frac{q1\ q3}{a} + \frac{\mathrm{q}2\ \mathrm{q}3}{b} + \frac{q1\ q4}{b} + \frac{q2\ q4}{a} + \frac{\mathrm{q}3\ \mathrm{q}4}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)$$

Sustituyendo valores

$$U = 9 \times 10^9 \left(\frac{(11\ x\ 10^{-6})(5\ x\ 10^{-6})}{0.03} + \frac{(9 \times 10^{-6})(5\ x\ 10^{-6})}{0.05} + \frac{(11 \times 10^{-6})(5\ x\ 10^{-6})}{0.05} + \frac{(9\ x\ 10^{-6})(5\ x\ 10^{-6})}{0.03} + \frac{(5 \times 10^{-6})(5\ x\ 10^{-6})}{\sqrt{0.03^2} + 0.05^2}\right)$$

U = 51.86 J

SOLUCION ALTERNATIVA

El trabajo de llevar la carga de 5 uC desde su posición al infinito, es igual a la diferencia de energía potencial de cuando están las cuatro cargas menos la energía potencial de cuando no están las cargas de 5 uC. Es decir,

$$W = U'_4 - U'_2$$

Donde

$$U'_4 = \mathrm{k}\left(\frac{q1\ q2}{r12} + \frac{\mathrm{q}1\ \mathrm{q}3}{r13} + \frac{\mathrm{q}1\ \mathrm{q}4}{r14} + \frac{q2\ q3}{r23} + \frac{\mathrm{q}2\ \mathrm{q}4}{r24} + \frac{q3\ q4}{r34}\right)$$

Y

$$U'_2 = K\,\frac{q1\,q2}{r12}$$

Entonces

$$W = U'_4 - U'_2 = k\left(\frac{q1\,q2}{r12} + \frac{\mathrm{q1\,q3}}{r13} + \frac{\mathrm{q1\,q4}}{r14} + \frac{q2\,q3}{r23} + \frac{\mathrm{q2\,q4}}{r24} + \frac{\mathrm{q3\,q4}}{r34}\right) - k\,\frac{q1\,q2}{r12}$$

$$W = k\left(\frac{q1\,q3}{r13} + \frac{\mathrm{q1\,q4}}{r14} + \frac{\mathrm{q2\,q3}}{r23} + \frac{q2\,q4}{r24} + \frac{\mathrm{q3\,q4}}{r34}\right)$$

$$W = k\left(\frac{q1\,q3}{a} + \frac{\mathrm{q1\,q4}}{b} + \frac{\mathrm{q2\,q3}}{b} + \frac{q2\,q4}{a} + \frac{\mathrm{q3\,q4}}{\sqrt{a2}+b2}\right)$$

Esta expresión coincide con la que se obtuvo con anterioridad con otro razonamiento.

P# 44 una carga cuya densidad lineal está determinada por ƛ = ßx, donde ß es una constante positiva, está distribuida sobre una varilla delgada de longitud *L* que se encuentra sobre el eje x con uno de sus extremos en el origen, como se ilustra en la figura A.

- **a)** ¿Cuáles son las unidades de la constante ß? Calcule el potencial eléctrico en los puntos: **b)** A y **c)** B.

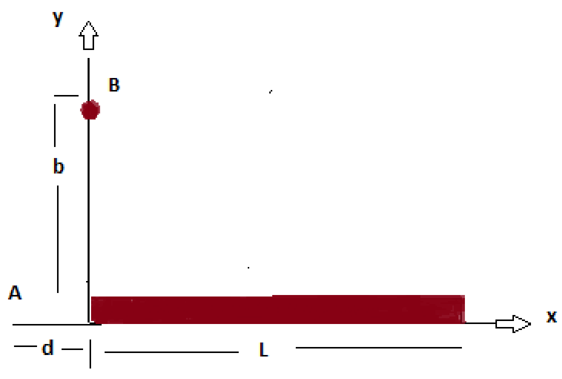


Figura A

a) La unidad de ß a partir de la ecuación que la define

$$[\lambda] = [ß]\,[x]$$

$\frac{C}{m}$ = [ß] m

Por lo tanto

$$[ß] = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^2}$$

b) el potencial eléctrico debido a una diferencial de carga, está dado por

dV = k $\frac{dq}{r}$

Considerando una deferencial de carga, dq, contenida en una diferencial de longitud, dx, en la posición x, como se ilustra en la figura B,

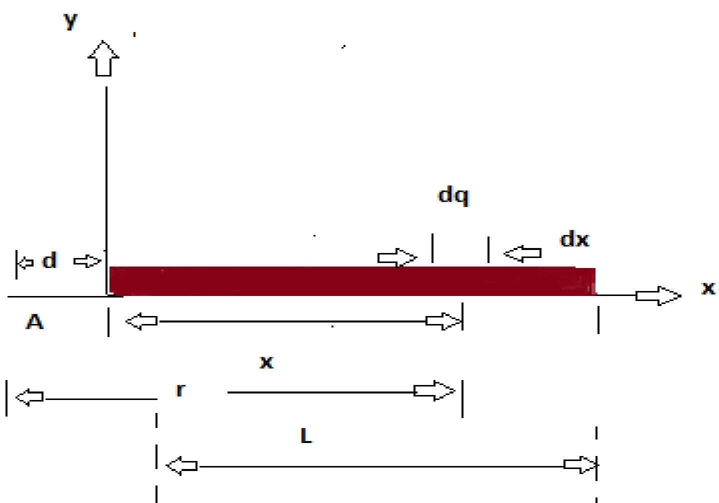


Figura B

Se tiene

Dq = ƛdx = ßxdx   y   r = x + d

Sustituyendo dx y r en la expresión del potencial, se tiene dV = k $\frac{ß\,xdx}{x+d} = kß\left(1-\frac{d}{x+d}\right)dx$

Integrando

$$V = k\,ß \int\left(1-\frac{d}{x+d}\right)dx$$

$$V = k\,ß(x- d\ln (x + d) \Big|_0^L$$

= K ß (L – dln (L + d) – 0 + dlnd)

$$= k\,ß\,[L - d\ln\left(\frac{L+d)}{d}\right)]$$

V = k ß$\left[L - d\ln\left(1+\frac{L}{d}\right)\right]$

c)considerando una diferencial de carga, dq, contenida en una diferencial de longitud, dx, en la posición x, como se ilustra en la figura C,

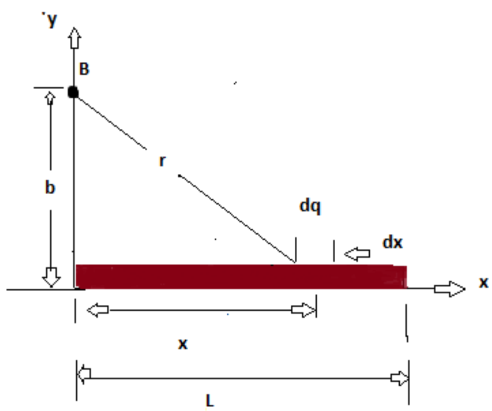


Figura C.

Se tiene

Dq = ƛdx = ßxdx   y   r = √x^2 + b^2

Sustituyendo dx y r en la expresión del potencial, se tiene

dV = k $\frac{ßxdx}{\sqrt{x^2+b^2}}$

integrando

$$V = \int k\,\frac{ßxdx}{\sqrt{x^2+b^2}} = k\,ß\int k\,\frac{xdx}{\sqrt{x^2+b^2}} = \frac{kß}{2}\frac{\sqrt{x^2}+b^2}{\frac{1}{2}} = k\,ß\left(\sqrt{L^2}+b^2-\sqrt{b^2}\right)$$

V = k k ß $\left(\sqrt{L^2}+b^2-b\right)$

P# 48 El potencial eléctrico en cierta región del espacio está dado por V = 80x^2 + 60y^2 – 70z^2 volts. Encuentre:

a) La intensidad del campo eléctrico.
b) Las componentes del campo eléctrico en el punto (1, 3, 2) donde todas las distancias están en metros.

Solución a) la intensidad del campo eléctrico en función del potencial, está dado por

$$\mathrm{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial y}\,\hat{\jmath} + \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial z}\,\hat{k}\right)$$

Las derivadas parciales del potencial son

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial(80\mathrm{x}^2 + 60y^2 + 70z^2)}{\partial x} = 160\,\mathrm{x} + 0 - 0 = 160\,\mathrm{x}$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{\partial(80\mathrm{x}^2 + 60\mathrm{y}^2 + 70\mathrm{z}^2)}{\partial y} = 0 + 120\mathrm{y} - 0 = 120\mathrm{y}$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = \frac{\partial(80\mathrm{x}^2 + 60\mathrm{y}^2 + 70\mathrm{z}^2)}{\partial z} = 0 + 0 - 140z = -140z$$

Sustituyendo la derivada en el campo eléctrico, se tiene

E(x, y, z)= -(160x$\hat{\imath}$ + 120y$\hat{\jmath}$ + (-140z) $\hat{k}$)

E (x, y, z)= (-160x$\hat{\imath}$- 120y$\hat{\jmath}$ + 140z$\hat{k}$) N/C

c) sustituyendo el punto (1, 2, 3) en la expresión del campo eléctrico

E (1, 2, 3) = (-160(1) $\hat{\imath}$ – 120(3) $\hat{\jmath}$ + (140(2) $\hat{k}$)

E (1, 2, 3) = (-160î - 360ĵ + 280k̂) N/C

P# 50 El potencial eléctrico en cierta región del espacio está dado por V= -83x^2z + 13yx^3 + 90yz^2 volts. Determine la magnitud de la intensidad del campo eléctrico en el punto (-1, 6, 9) donde todas las distancias se indican en metros.

Solución El campo eléctrico en función del potencial, está dado por

$$\mathrm{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial z}\hat{k}\right)$$

Las derivadas parciales del potencial son:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial(-83\mathrm{x}^2 z + 13yx^3 + 90yz^2)}{\partial x} = -166xz + 39x^2 y$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{\partial(-83\mathrm{x}^2 z + 13yx^3 + 90yz^2)}{\partial y} = 13x^3 + 90z^2$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = \frac{\partial(-83\mathrm{x}^2 z + 13yx^3 + 90yz^2)}{\partial z} = -83x^2 + 180yz$$

Sustituyendo la derivada en el campo eléctrico, se tiene

$$E(x, y, z) = -((-166xz + 39x^2 y)\hat{\imath} + (13x^3 + 90z^2)\hat{\jmath} + (-83x^2 + 180yz)\hat{k})$$

$$E(x, y, z) = ((166xz - 39x^2 y)\hat{\imath} + (-13x^3 - 90z^2)\hat{\jmath} + 83x^2 - 180yz)\hat{k})$$

Sustituyendo las coordenadas del punto (-1, 6, 9) en la expresión de la intensidad del campo eléctrico

$$E(-1, 6,9) = ((166(-1)(9) - 39(-1)^2(6))\hat{\imath} + (-13(-1)^3 - 90(9)^2)\hat{\jmath} + (83(-1)^2 - 180(6)(9))\hat{k})$$

$$E(-3, 2, -5) = \left(-1728\hat{\imath} - 7277\hat{\jmath} - 9637\hat{k}\right) N/C$$

Y su magnitud es

$$E\ (-1, 6, 9) = \sqrt{}(-1728)^2 + (-7277)^2 + (-9637)^2$$

E (-1, 6, 9) = 12198.87 N/C

P# 54 La expresión del potencial eléctrico dentro de una esfera aislante uniforme cargada de radio *R* está dado por

$$\mathrm{V} = \frac{kQ}{2R}\left(3 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

Y afuera por

$$\mathrm{V} = \frac{kQ}{r}$$

Utilice E_r = - dV/dr para deducir la intensidad del campo en:

a) dentro (r<R)
b) fuera (r>R) de esta distribución de carga

Solución La intensidad del campo eléctrico en función del potencial (cuando el mismo está en función del radio), está dado por

$$E = -\frac{dV}{dr}$$

a) sustituyendo la expresión del potencial dentro de la esfera en la expresión de la intensidad del campo eléctrico se tiene

$$\mathrm{E} = -\frac{d[kQ/2R(3 - r^2/R^2}{dr} = \frac{\mathrm{kQ}}{2R}\left(-\frac{2\mathrm{r}}{R^2}\right)$$

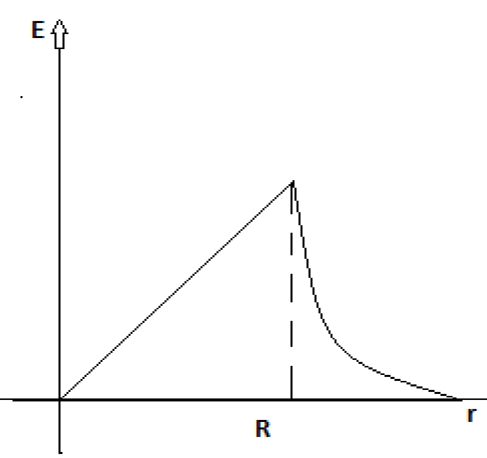
$$\mathrm{E} = \mathrm{k}\,\frac{Q}{R^3}\,r$$

b) sustituyendo la expresión del potencial fuera de la esfera en la expresión de la intensidad del campo eléctrico se tiene

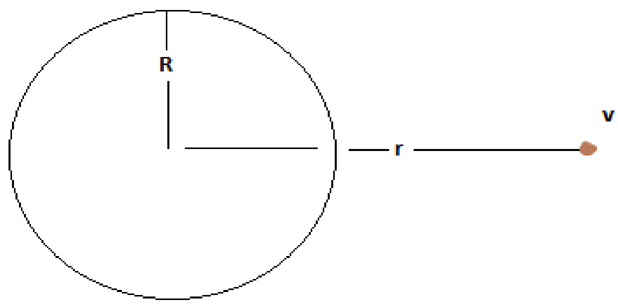
$$\mathrm{E} = -\frac{d\left(k\left(\frac{Q}{r}\right)\right)}{dr} = -\mathrm{kQ}\left(-\frac{1}{r^2}\right)$$

$$\mathrm{E} = \mathrm{k}\,\frac{Q}{r^2}$$

La grafica de la intensidad del campo eléctrico de la esfera cargada uniformemente en la función de la distancia (r) del centro a un puto se muestra en la siguiente figura.



P# 56 El potencial eléctrico es de 2500 V a una distancia de 0.7 m desde el centro de una esfera conductora de radio 0.5 m. ¿Cuál es la densidad superficial de la carga Ơ (C/m^2)?



Solución

V = 2500 V, r = 0.7 m, R = 0.5 m

El potencial eléctrico debido a una esfera, está dado por

$$V = k\,\frac{q}{r}$$

Despejando la carga, se tiene

$$q = \frac{Vr}{k}$$

La densidad de carga, está dada por

$$\sigma = \frac{q}{A} = \frac{q}{4\pi R^2}$$

Sustituyendo la carga q en la expresión de la densidad de carga, se tiene

$$\sigma = \frac{\frac{Vr}{k}}{4\pi R^2} = \frac{Vr}{4\pi R^2}$$

Sustituyendo valores

$$\sigma = \frac{(2500)(0.7)}{4\pi(9\,x\,10^9)(0.5)^2}$$

Ơ= 61.89 nC/m^2

P# 58 Dos esferas conductoras, de radio 5.0 cm y 66 cm respectivamente. Cada esfera tiene una carga de 6.2 x 10^-8 C, y están separadas por una gran distancia. Si las esferas se conectaran con un alambre conductor, calcula:

a) la carga y el potencial final en la superficie de cada esfera
b) la magnitud de la carga transferida.

$r_1 = 0.05m$, $r_2 = 0.66m$, $Q = Q_1 = Q_2 = 6.2 \times 10^{-8}$ C

Despues.

Sean q_1 y q_2 las cargas que hay en las esferas después de que se conectaron las esferas, las cuales cumplen

$$q_1 + q_2 = Q_1 + Q_2 = 2Q \text{ (carga total del sistema)}$$

Por otro lado, el potencial que existe en la superficie de las esferas al estar unidas, es

$$\mathrm{V} = \mathrm{k}\,\frac{q1}{r1} \qquad y \qquad V2 = k\,\frac{\mathrm{q}2}{r2}$$

Como las esferas están unidas por un alambre conductor, ellas junto con el alambre forman un solo conductor, y su superficie es una superficie equipotencial. Igualando los potenciales y despejando la carga q_1, se tiene

$$k\,\frac{q1}{r1} = k\,\frac{\mathrm{q}2}{r2}$$

$$\frac{q1}{r1} + \frac{\mathrm{q}2}{r2}$$

$$\mathrm{q}1 = \frac{r1}{r2}\mathrm{q}2$$

Sustituyendo en la carga total y despejando q_2, se tiene

$$\frac{r1}{r2}\,q2 + q2 = 2Q$$

$$\left(\frac{r1}{r2} + 1\right)q2 = 2Q$$

$$\left(\frac{r1 + r2}{r2}\right)q2 = 2Q$$

$$q2 = \frac{2r2}{r1 + r2}\,Q$$

Sustituyendo valores

$$q2 = \frac{2(r2)}{0.05 + 0.66}(6.2\,x\;\;10^{-8})$$

q2= 1.152 x 10^-7 C

Sustituyendo valores en la expresión de q_1

$$q1 = \frac{0.05}{0.66}\;6.2\,x\;10^{-8}$$

q1 = 8.73 nC

Sustituyendo valores en la expresión de V_1

$$V1 = 9 \text{ x } 10^{9}\,\frac{8.73\,x\;10^{-9}}{0.05}\;V$$

V1 = 1571.4 V

B) la carga transferida qt se obtiene de

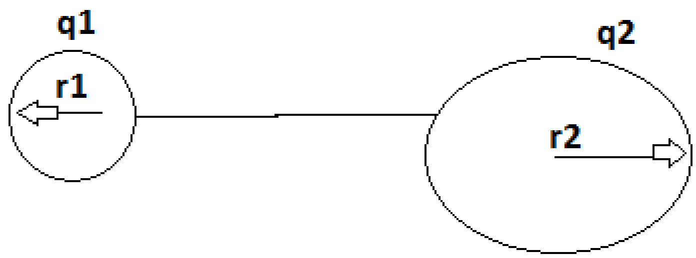
Q_t= q_2 – Q = 1.15 x 10^-7 – 6.2 x 10^-8

Q_t = 5.32 x 10^-8 C

P# 60 dos conductores esféricos descargados separados por una distancia muy grande se conecta con un alambre conductor. Una carga total de +20 μC se coloca sobre esta combinación de esferas.

a) Si una tiene un radio de 4 cm y la otra tiene un radio de 6 cm, ¿cuál es el campo eléctrico cercano a la superficie de cada esfera?
b) ¿cuál es el potencial eléctrico de cada esfera?

Q = 20 μC, r_1 = 4 cm, r_2 = 6 cm



Como las dos esferas están conectadas por un conductor, el potencial es el mismo en las dos esferas, es decir

$$\mathrm{V1} = \mathrm{k}\,\frac{q1}{r1} = k\,\frac{\mathrm{q2}}{r2} = V2$$

Despejando q_1, se tiene

$$\mathrm{q1} = \mathrm{q2}\frac{r1}{r2}$$

Por otro lado, de las condiciones del problema

$q_1 + q_2 = Q$

Sustituyendo q_1, en la expresión de Q, se tiene

$$\mathrm{q2}\frac{r1}{r2} + q2 = Q$$

Despejando q_2, se tiene

$$\mathrm{q2}\left(\frac{r1}{r2} + 1\right) = Q$$

$$\mathrm{q2} = \frac{Q}{\frac{r1}{r2} + 1} = \frac{\mathrm{Q}}{r1 + \frac{r2}{r2}} = \frac{\mathrm{Qr2}}{r1 + r2}$$

Sustituyendo valores

$$\mathrm{q2} = \frac{(20\ x\ 10^{-6})(0.06)}{(0.04 + 0.06)}$$

$q_2 = 12\ \mu C$

Sustituyendo valores en la expresión de q_1

$q_1 = Q - q_2$

$$q1 = 20\ x\ 10^{-6} - 12\ x\ 10^{-6}$$

$q_1 = 8 \text{ x } 10^{-6}\ C.$

a) La intensidad del campo eléctrico debido a una esfera, está dado por

$$\mathrm{E} = \mathrm{k}\ \frac{q}{r^2}$$

Sustituyendo valores para la esfera menor

$$\mathrm{E1} = 9 \text{ x } 10^9 \frac{8\ x\ 10^{-6}}{0.04^2}$$

E_1 = 45 x 10^6 N/C

Sustituyendo valores para la esfera mayor

$E_2 = 9 \text{ x } 10^9 \frac{1.2\ x\ 10^{-5}}{0.06^2}$

E_2= 30 x 10^6 N/C

b) El potencial debido a una esfera, está dado por

$$\mathrm{V} = \mathrm{k}\frac{q}{r}$$

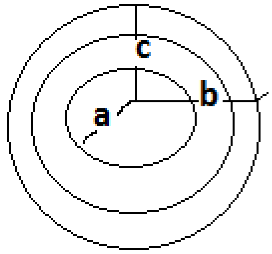
Sustituyendo valores para la esfera menor

$V_1 = 9 \text{ x } 10^9 \frac{8\ x\ 10^{-6}}{0.04}$

Como las dos esferas están al mismo potencial, entonces$V_1 = V_2$ = 1.8 MV

P# 62 una esfera solida metálica de radio a con una carga Q está en el centro de un cascaron esférico metálico de radio interno b y radio externo c con una neta igual a cero. Encuentre el potencial eléctrico en:

a) r > c
b) b ≤ r ≤ c
c) a ≤ r ≤ b
d) r < a. realice una gráfica de V contra r.



Solución a) fuera del cascaron el efecto de la esfera cargada es como si la carga estuviera en la superficie del cascaron, entonces el potencial eléctrico se puedo calcular por

$$\mathrm{V} = \mathrm{k}\,\frac{Q}{r} \qquad\qquad r \geq c$$

b) dentro del cascaron el potencial es igual al de su superficie exterior, entonces el potencial eléctrico es

$$\mathrm{V} = \frac{kQ}{c} \qquad\qquad b \leq r \leq c$$

c) la expresión para determinar el potencial electrónico en un punto (A ≤ r ≤ b), está dado por

$$\mathrm{V} = -\int E\; x\; dr$$

Esta integral se puede separar como

$$\mathrm{V} = -\int \mathrm{E\;x\;dr} = -\int \mathrm{E\;x\;dr} - \int \mathrm{E\;x\;dr}$$

La primera integral del segundo miembro de la igualdad es igual a

$$-\int \mathrm{E\;x\;dr} = \mathrm{k}\,\frac{Q}{c}$$

Y en la segunda integral del segundo miembro del campo eléctrico se debe únicamente a la esfera cargada, entonces

$$\int \mathrm{E\;x\;dr} = \int \mathrm{E\;x\;dr} = \int \mathrm{k}\,\frac{Q}{r^2}dr = kQ\int \frac{1}{r^2}dr = kQ\left(-\frac{1}{r}\right) = -kQ\,\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b}\right)$$
$$= kQ\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{r}\right)$$

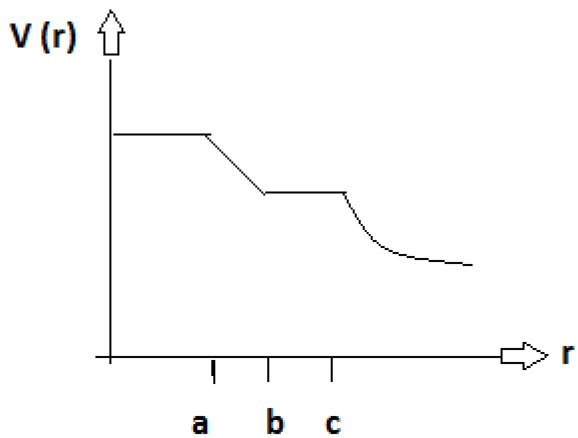
Sustituyendo las integrales en el potencial eléctrico, se tiene

$$\mathrm{V} = \mathrm{k}\,\frac{Q}{c} - kQ\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{r}\right)$$
$$\mathrm{V} = \mathrm{kQ}\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{b} + \frac{1}{r}\right) \qquad\qquad a \leq r \leq b$$

d) dentro de la esfera el potencial es igual al de la superficie, entonces el potencial eléctrico es

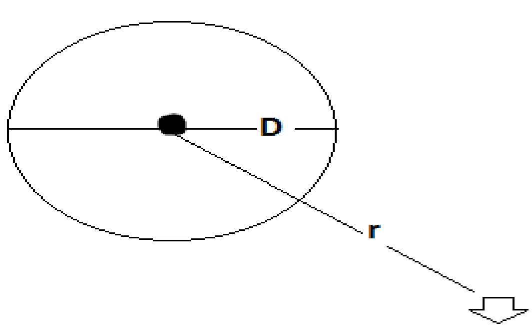
$$V = kQ\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{b} + \frac{1}{a}\right) \qquad\qquad r \leq a$$

La grafica es



P# 2 Considere una esfera conductora aislada cargada de diámetro 50 cm. El campo eléctrico debido a la esfera a una distancia de 32 cm de su centro tiene magnitud de 47.5 x 10^3 N/C.

a) ¿Cuál es la densidad de carga superficial?
b) ¿Cuál es su capacitancia?



Solución D= 2R = 0.50 m, r = 0.32m, E= 47.5 x 10^3 N/C

a) La densidad de carga está dado por

$$Ơ = \frac{q}{A} = \frac{\mathrm{q}}{4\pi R^2} = \frac{\mathrm{q}}{4\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2} = \frac{\mathrm{q}}{\pi D^2}$$

El campo eléctrico debido a una esfera a una distancia r del centro de la esfera, está dada por

$$\mathrm{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon}\frac{\mathrm{q}}{r^2}$$

Despejando la carga de la expresión anterior y sustituyéndola en la expresión de la densidad de carga, se tiene

q= 4πϵ r^2 E

$$Ơ = \frac{4\pi\epsilon\, r^2 E}{\pi D^2} = \frac{4\epsilon\, \mathrm{r}^2 E}{D^2}$$

Sustituyendo valores

$$Ơ = \frac{4(8.85\ x\ 10^{-12})(0.32)^2(47.5\ x\ 10^3)}{(0.5)^2}$$

Ơ = 2.75 µC/m^2

b) La capacitancia está dada por

$$\mathrm{c} = \frac{q}{v}$$

El potencial en la superficie de la esfera está dado por

$$\mathrm{V} = \mathrm{k}\,\frac{q}{R}$$

Sustituyendo el potencial en la expresión de la capacitancia y simplificación, se tiene

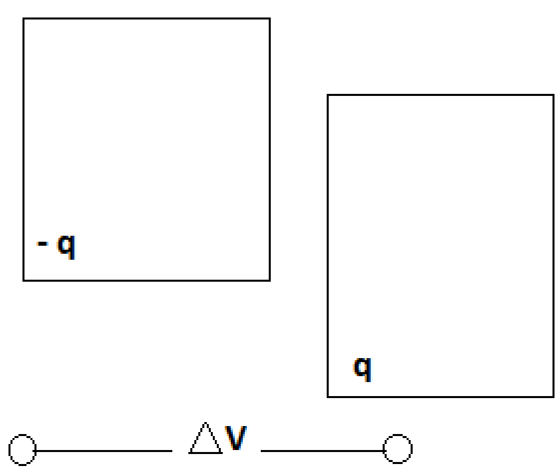
$$\mathrm{c} = \frac{q}{k\left(\frac{q}{R}\right)} = \frac{\mathrm{R}}{k}$$

Sustituyendo valores

$$\mathrm{C} = \frac{0.50}{9\ x\ 10^9}$$

C= 55.56 pF

P# 4 Los conductores de un capacitor de 83 μF tienen una carga en cada conductor de 70 μC (las cargas son de signos contrarios). ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los conductores?



Solución

$$C = 83\ x\ 10^{-6} F, q = 70\ x\ 10^{-6}\ C$$

La capacitancia de un capacitor, está dada por

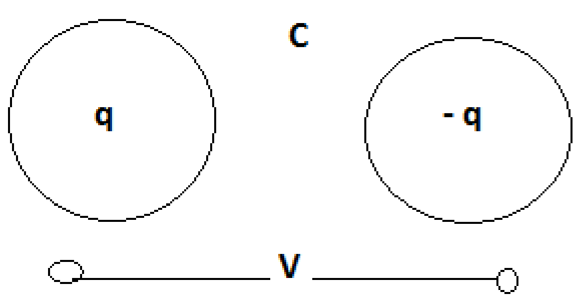
$$C = \frac{q}{v}$$

Despejando el voltaje y sustituyendo los valores

$$V = \frac{q}{C} = \frac{70 \text{ x } 10^{-6}}{83 \; x \; 10^{-6}}$$

V= 0.84 V

P# 6 dos esferas conductoras están fijas en el vacío. Cuando la diferencia de potencia entre las esferas es de 42 V, cada esfera tiene una carga de 49 Pc (las cargas son de signos opuestos). Calcule la capacitancia del sistema de as dos esferas.



Solución

V= 42 V, q= 49 pC

La capacitancia de un capacitor está dada por

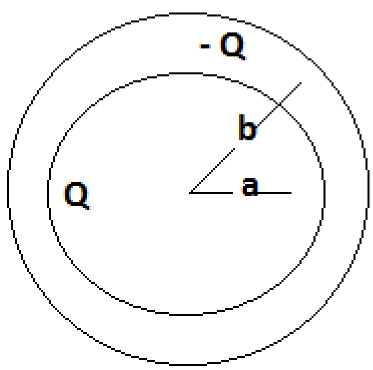
$$C = \frac{q}{V}$$

Sustituyendo valores

$$C = \frac{49\ x\ 10^{-12}}{42}$$

C= 1.167 pF

P# 12 Dos cascarones esféricos concéntricos forman un capacitor de 4 nF. Si el radio externo del cascaron menor es de 42 cm, ¿Cuál es el valor del radio interior del cascaron mayor?



Solución

A = 0.42m, C = 4 x 10^-9 F

La capacitancia de un capacitor esférico está dada por

$$C = \frac{ab}{k(b-a)}$$

Despejando el radio interno del cascaron mayor, se tiene

$$ab = Ck(b-a) = Ckb - Cka$$

$$ab - Ckb = -Cka$$

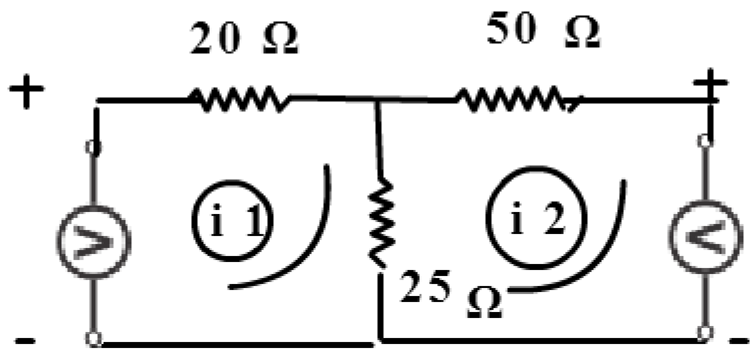
$$b(a - Ck) = -Cka$$

$$\mathrm{b} = -\frac{Cka}{a - Ck} = \frac{\mathrm{Cka}}{Ck - a}$$

Sustituyendo valores

$$\mathrm{b} = \frac{(4\ x\ 10^{-9})(9\ x\ 10^{9})(0.42)}{(4\ x\ 10^{-9})(9\ x\ 10^{9}) - 0.42}$$

b= 42.5 cm



V1=20Ω i1+25 i1-25i2

V2=50Ω i2+ 25i2-25i1

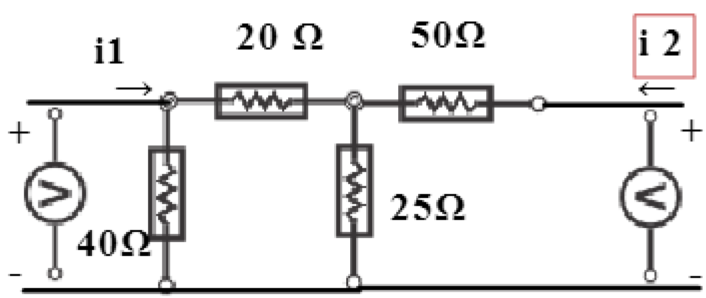
V1=45 i1-25 i2

V2=-25 i1+75 i2

*respuesta: 45 25

25 75

2B)



Malla 1

V1=40 i1-40 i3

Malla 2

e= 40 i3-40 i1+20 i3+25 i3-25 i2

0=v2+25 i3-25i3+50i2

V1=40 i1-40 i3

$V2=-75\ i2+25i3$

$0=-40\ i1-25\ i2+85i3$

$$I3=\frac{40\ i1+25\ i2}{85}$$

$$v\ 1=40\ i1-40\ \frac{(40\ i1+25i2)}{85}$$

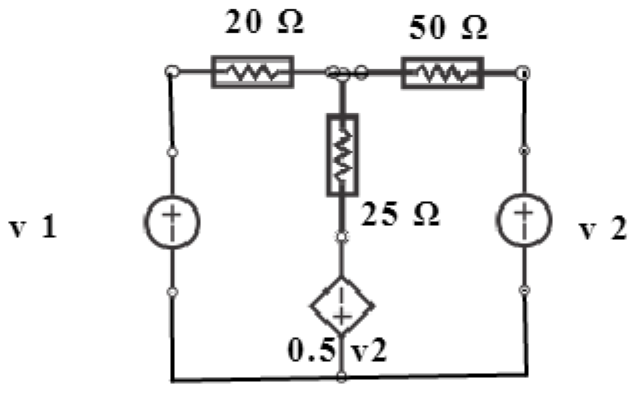
$$v2=\frac{-75\ i2+25(40\ i1+25\ i2)}{85}$$

$v1=40\ i1-18.82\ i1-11.76i2$

$\boxed{v2=11.76\ i2-67.64\ i2}$

$$\text{respuesta}=\frac{21.18\quad 11.76}{11.76\quad 67.64}$$

c)



malla1

$v1=45i\ 1-25i2+0.5v2$

$-1x[-0.5v2=-25i1+25i2]$

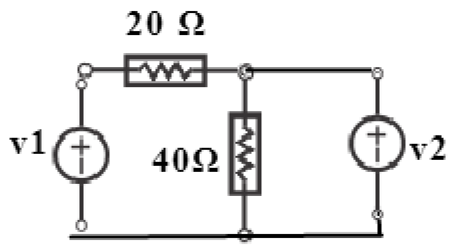
$0.5v2=25\ i1-75i2$

$v1=45i1-25i2+25i1-75i2$

$v1=70i1-100i2$

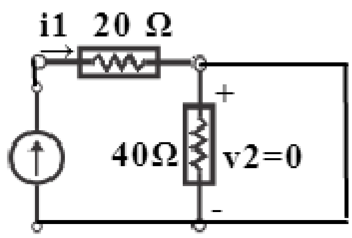
$v2=50i1-150i2$

$$\text{respuesta}\left|\begin{matrix}70 & 100\ \Omega\\ 50 & 150\ \Omega\end{matrix}\right|$$



2)

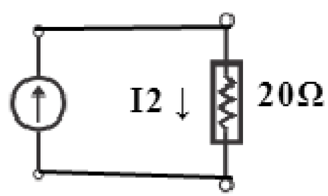
Aplicaremos una fuente de corriente en la entrada de 1A y la salida corto circuitada v2=0



$$v1=h11\ i1+h12v2$$

$$I2=h21\ i1+h22\ v2$$

obtenemos

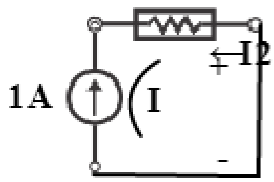


$$V1=20\Omega \times 1A$$

$$V1=20V$$

$$H11= V1/ I1$$

$$H11=20V/1A =20\Omega$$

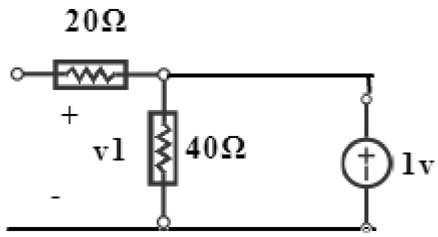


$I2=-I1$

$I2=-1A$

$\boxed{H21=I2/I1=-1A/1A=-1}$

Ahora hacemos circuito abierto la entrada de I1=0 y aplicamos una fuente de tensión de 1V en la terminal de salida V2=V1



La fuente esta en paralelo con la resistencia de 40Ω por ende V1=V2

$$h12= V1/V2 = 1V/1V=1$$

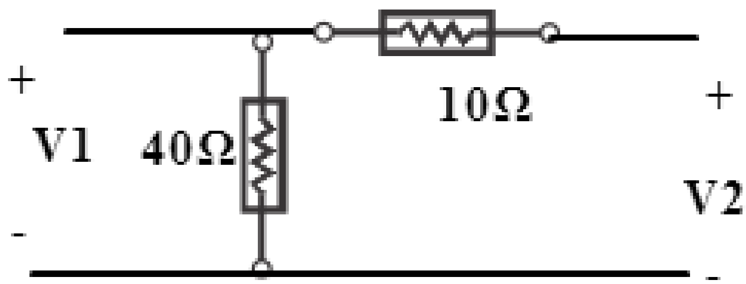
Para obtener H22 ocupamos I2 sabemos que el voltaje es de 1 V Y La corriente I 2 es la que pasa por la resistencia de 40Ω.

$$I2 =1V/40\Omega =25\ mA$$

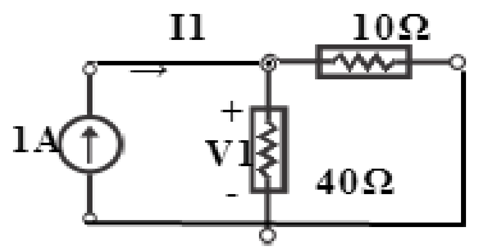
$$h22 =I2/V2 =25\ mS$$

RESULTADO $\begin{bmatrix} 20\Omega & 1 \\ -1 & 25mS \end{bmatrix}$

2B)



Aplicamos una fuente de corriente en la entrada de 1A y la salida corto circuitada V2=0



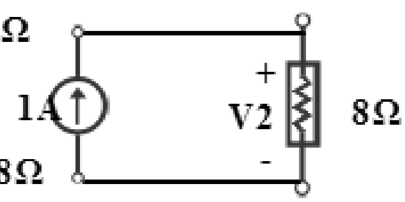
$V1=h11\ I1+h12V2$

$I2=h21\ I1+ h22V2$

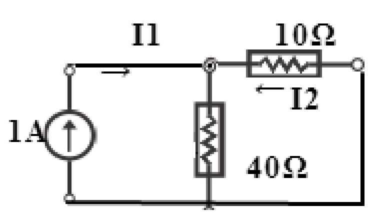
redusimos el circuito

$$Req=\frac{40\Omega x\ 10\Omega}{40\ \Omega\ +10\Omega}=8\Omega$$

$V1=8V\ h11= V1/V2\ \ h11=8\Omega$

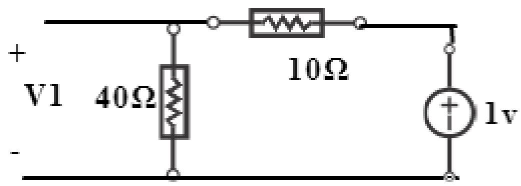


Ahora para obtener H 22 debemos obtener I 2.

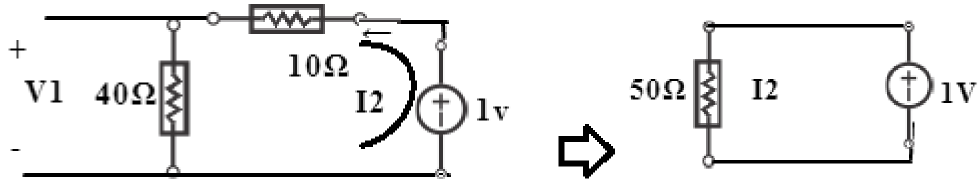


$$\boxed{I2=\frac{40\Omega(-1A)}{10\Omega+40\Omega}=-0.8A\ \ h21=-0.8}$$

Ahora hacemos circuito abierto la entrada I=0 y aplicamos una fuente de tensión de 1V en la terminal de salidaV2=V1



Para obtener h12 debemos obtener V1



Para obtener h22 ocupamos I2

$$I2 = 1V/50\ \Omega = 20mA$$

$$I2/V2 = h22 = 20mS$$

RESPUESTA [8Ω 0.8]

$\boxed{[-0.8\ 20Ms\ ]}$

3) A) $h=\begin{bmatrix} 5\Omega & 2 \\ -0.5 & 0.15 \end{bmatrix}$

$y11=1/h11=1/5\Omega=0.2$

$y12=-h12/h11=-2/5=-0.1$

$y21=h21/h11=-0.5/5=-0.1$

$y22=\Delta h/h11=1.5/5=0.3$

*respuesta $\begin{bmatrix} 0.2 & -0.4 \\ -0.1 & 0.3 \end{bmatrix}$

$\boxed{\text{B)}}$ $z11=\Delta h/h22=1.5/0.1=1.5\Omega$

$z12=h12/h22=2/0.1=20\Omega$

$z21=-h21/h22=-(-0.5/0.1)=5\Omega$

$z22=1/0.1=10\Omega$

respuesta $\begin{bmatrix} 15\Omega & 20\Omega \\ 5\Omega & 10\Omega \end{bmatrix}$

4) a) $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 20 \end{bmatrix}$ mS

$z_{11}=Y_{22}/\Delta Y= 20m\ /81\mu = 246.91\Omega$

$z_{12}=-Y_{12}/\Delta Y =-(-1m/81\mu)=12.34\Omega$

$z_{21}=-Y_{21}/\Delta Y=-(1m/81\mu)=-12.34\Omega$

$z_{22}= Y_{22}/\Delta Y=4m\ /81\mu=49.38\Omega$

RESPUESTA $\begin{bmatrix} 246.91\Omega & 12.34\Omega \\ 12.34\Omega & 49.38\Omega \end{bmatrix}$

*respuesta

5) A) $\begin{bmatrix} 20\Omega & 1 \\ -1 & 25mS \end{bmatrix}$

*respuesta

B) $\begin{bmatrix} 8\Omega & 0.8 \\ -0.8 & 20mS \end{bmatrix}$

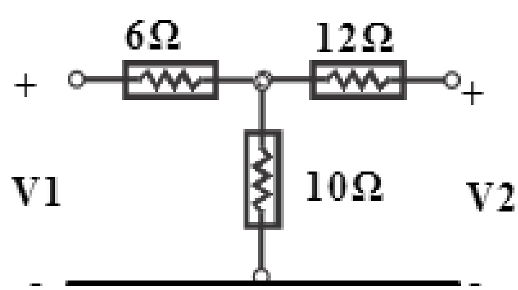
*respuesta

6) A) $\begin{bmatrix} 0.2 & -0.4 \\ -0.1 & 0.3 \end{bmatrix}$

*respuesta

B) $\begin{bmatrix} 15\Omega & 20\Omega \\ 5\Omega & 10\Omega \end{bmatrix}$

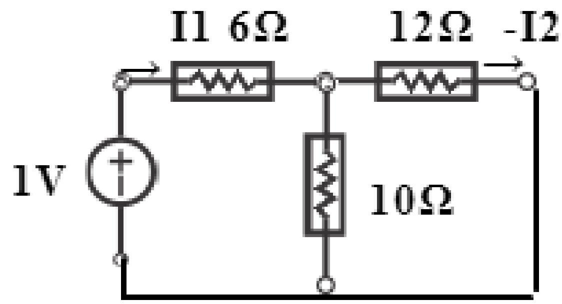
7) A)



$V_1= T_{11}\ V_2 - T_{12}\ I_2$

$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} =+ \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$

$I_1=T_{21}\ V_2- T_{22}\ I_2$



Req=6+ (10 II 12)   I1=1V/11.45Ω =87.33 mA
Req=11.45Ω

$-I2=87.33mA \frac{10\Omega}{10\Omega+12\Omega}= 39.695mA$

T12= 1/ 39.695 mA =25.19Ω

V1=16I1+ 10I2   I1=0.1 V2- 2.2I2

V2=10I1+22I2   T21=0.15 T22=2.2

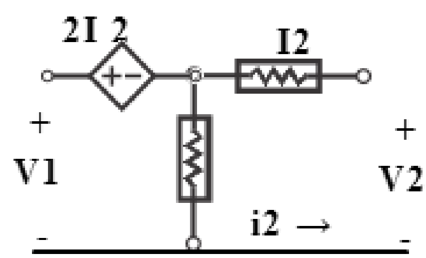
T11=1.6 T12=25

V1=16(0.1V2-2.2T2)+10I2

V1=1.6V2-25I2

RESULTADO [1.6 25.2Ω]

[0.15 2.2]



$V1=-2I2+10I1+10I2 \quad V2=12I2+10I2+10I1$

$V1=10I1+8I2 \quad I1=0.1V2-2.2I2$

$V2=10I1+22I2$

$T21=10(0.1V2-2.2I2)+8I2$

$V1=1V2-14I2$

$T11=1 \quad T12=14\Omega$

RESULTADO $\begin{bmatrix} 1 & 14\Omega \\ 0.15 & 2.2 \end{bmatrix}$

8) $[T]=\begin{bmatrix} 3.2 & 8\Omega \\ 0.25 & 4 \end{bmatrix}$ OBTENER [2

$Z11=A/C=3.2/0.2=15\Omega$

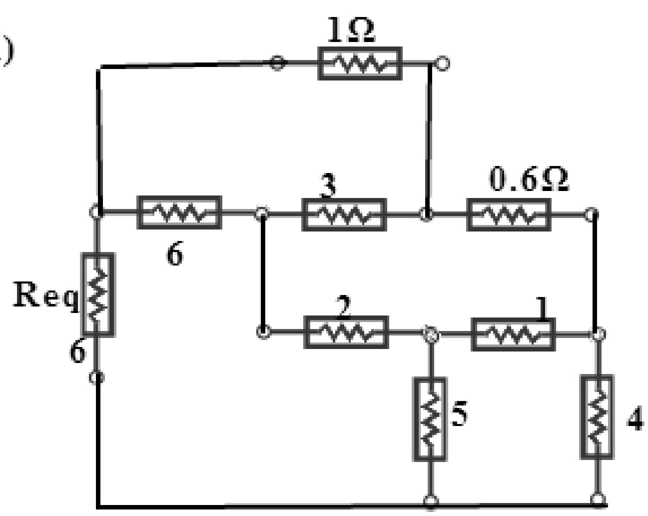
$Z12=\Delta T/C=11.2/0.2=56\Omega$

$Z21=1/C=1/0.2=5\Omega$

$Z22=D/C=4/0.2=20\Omega$

RESULTADO $Z=\begin{bmatrix} 16\Omega & 56 \\ 5\Omega & 20\Omega \end{bmatrix}$

9) A)

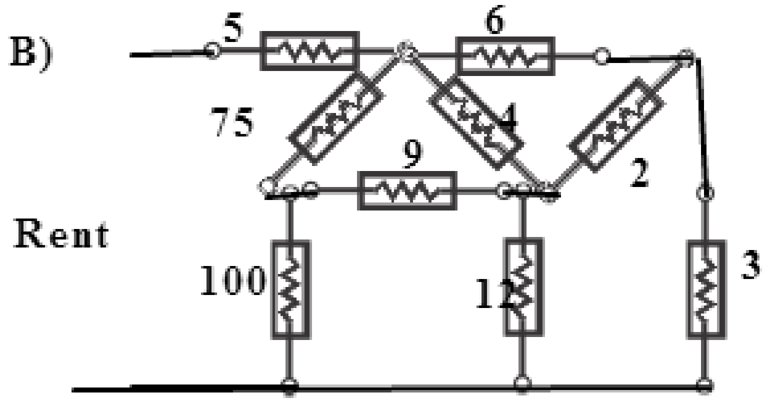


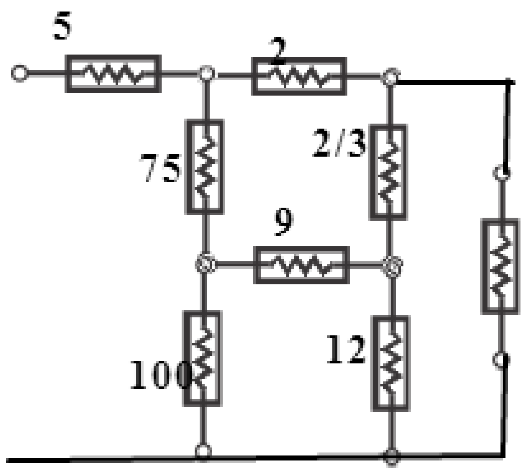
6x1/10=0.6; 6x3/10= 1.8 i 3x1/10 =0.3
4x1/10 =0.4; 5x4/10=2 5x1/10=0.5

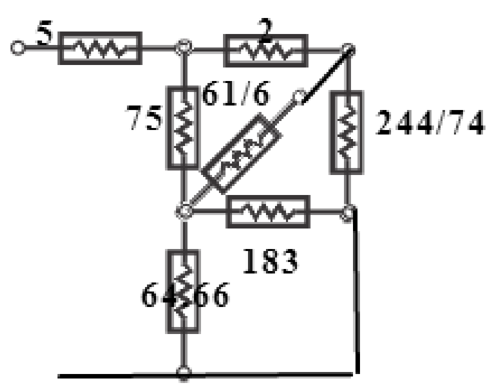
1.8+2+0.5=4.3 i 0.3+0.6+0.4 =1.3

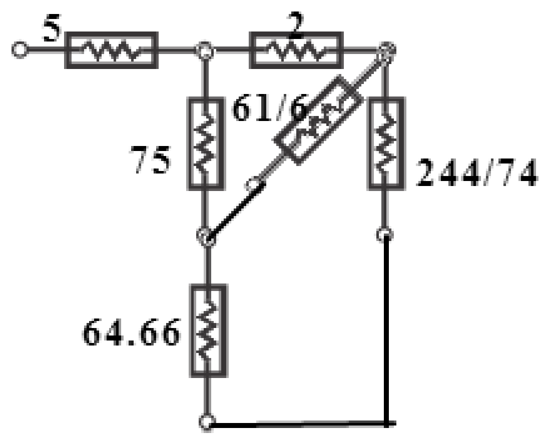
1.3 II4.3=0.99 0.99+0.6+2=3.59 (359II6)
Rent =2.2460Ω

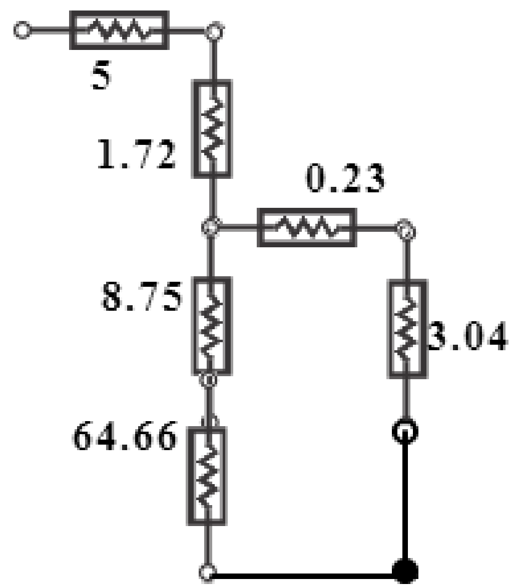
B)

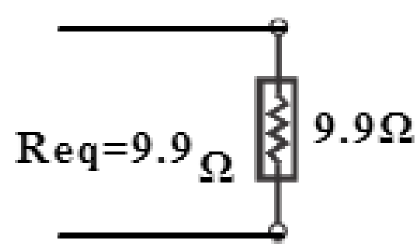




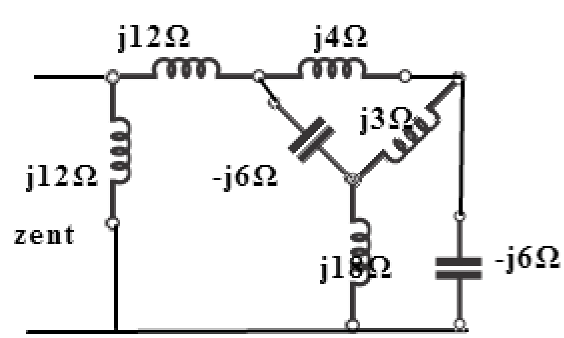



5
2
61/6
75
244/74
64.66


5
1.72
0.23
8.75
3.04
64.66


Req=9.9 Ω
9.9Ω

9) C)


j12Ω
j4Ω
j3Ω
j12Ω
-j6Ω
zent
j18Ω
-j6Ω

$j(-6+4+3)=j1$

$24/j1=-j24$: $-12/j1=j12$: $18/j1=-j18$

$j(18-18)=0$

$j(-24+12)=-j12$

$\boxed{-j12 \,\|\, j12=\infty \quad \therefore z_{ent}=\infty}$

10

$$[z]=\begin{bmatrix}45 & 25\\ 25 & 75\end{bmatrix}$$

$t11=z11/z21= 45/25 =1.8$

$t12=\Delta z/z21=2750/25=110$

$t21=1/z21=1/25=0.04$

$t22=z22/z21=75/25=3$

$$[t]=\begin{bmatrix}1.8 & 110\\ 0.04s & 3\end{bmatrix}$$

$$[z]=\begin{bmatrix}21.18 & 11.76\\ 11.76 & 67.64\end{bmatrix}$$

$t_{11}=z_{11}/z_{21}=21.18/11.76=1.8$

$t_{12}=\Delta z/z_{21}=1294.31/11.76=110.06$

$t_{21}=1/z_{21}=1/11.76=0.085$

$t_{22}=z_{22}/z_{21}=67.64/11.76=5.75$

$$[t]=\begin{bmatrix} 1.8 & 110.06\,\Omega \\ 0.085\,s & 5.75 \end{bmatrix}$$

$$t=T_A T_B=\begin{bmatrix} 1.8 & 110 \\ 0.04 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1.8 & 110.06 \\ 0.085 & 5.75 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} 1.8X1.8+110X0.085 & 1.8X100.06+110X5.75 \\ 0.04X1.8+3X0.085 & 0.04X110.06+3X5.75 \end{matrix}$$

$$T=\begin{bmatrix} 12.59 & 830.608 \\ 0.327 & 21.652 \end{bmatrix}$$

$$[Z]=\begin{bmatrix} 70 & 100 \\ 50 & 150 \end{bmatrix}$$

$T_{11}=Z_{11}/Z_{21}=70/50=1.4$

$T_{12}=\Delta Z/Z_{21}=5500/50=110$

$T_{21}=1/Z_{21}=1/50=0.02$

$T_{22}=Z_{22}/Z_{21}=150/50=3$

$$[T]=\begin{bmatrix} 1.4 & 110 \\ 0.02 & 3 \end{bmatrix}$$

T=TATB=[12.59 830.608][1.4 110]
[0.327 21.652][0.02 3]

12.59X1.4+830.60X0.02 12.59X110+830.60X3

0.327X1.4+21.65X0.02 0.327X110+21.652X3

RESULTADO [T]= [34.238 3876.24] Ω
[0.890S 100.926]

11) [h] =[20Ω 1]
[-1 25mS]

[h]=[8Ω 0.8]
[-0.8 20mS]

Y11=1/h11=-1/20=-0.05

Y12=-h12/h11=-1/20=-0.05

Y22=Δh/h11=1.5/20=0.075

[Y]=[0.05 -0.05] S
[-0.05 0.075]

Y11=1/h11=1/8=0.125

Y12=-h12/h11=-0.8/8=-0.1

Y21=h21/h11=-08/8=-0.1

Y22=Δh/h11=0.8/8=0.1

[Y]=[0.125 -0.1]
[-0.1 0.1]

Y=Ya+Yb=[0.05 -0.05] +[0.125 -0.1]
[-0.05 0.075] [-0.1 0.1]

resultado [Y]= [0.175 -0.15] $\boxed{S}$
[-0.15 0.175]

12) $[h] = \begin{bmatrix} 20\Omega & 1 \\ -1 & 25mS \end{bmatrix}$

$[h] = \begin{bmatrix} 8\Omega & 0.8 \\ -0.8 & 20\ mS \end{bmatrix}$

$Z11=\Delta h/\ h22=1.5/25m=60\Omega$

$z12=h12/h22=1/25m=40\Omega$

$z21=-h21/h22=-(-1/25m)=40\Omega$

$z22=1/h22=1/25m\ 40\Omega$

$[z]=[60\ 40]$

$[40\ 40]$

$z11=\Delta h/h22=0.8/20m=40\Omega$

$z12=h12/h22=0.8/20m=40\Omega$

$z21=-h21/h22=-(-0.8/20m)=40\Omega$

$z22=1/h22=1/20m=50\Omega$

$z=za+zb=[60\ 40]+[40\ 40]$

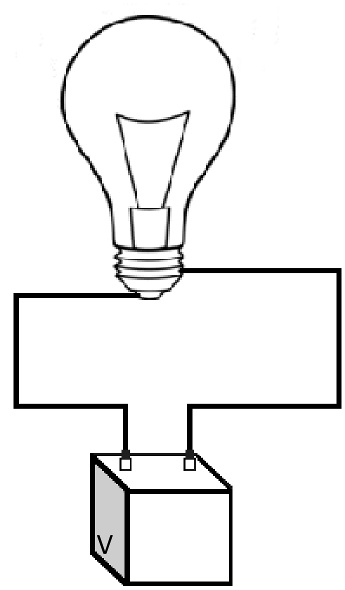
$[40\ 40]\ [40\ 50]$

resultado $[z]=[100\ 80]$

$\boxed{[80\ 90]\Omega}$

Problema 52.

Una lámpara eléctrica de 10 Ω se etiqueta a 100 W (máxima potencia permitida), ¿Cuál es el máximo voltaje de operación que soportaría?



SOLUCION

R= 10 Ω, P= 100 W

La potencia disipada en una resistencia está dada por

$$P = \frac{V^2}{R}$$

Despejando el voltaje, se tiene

$$V^2 = PR$$

$V = \sqrt{PR}$

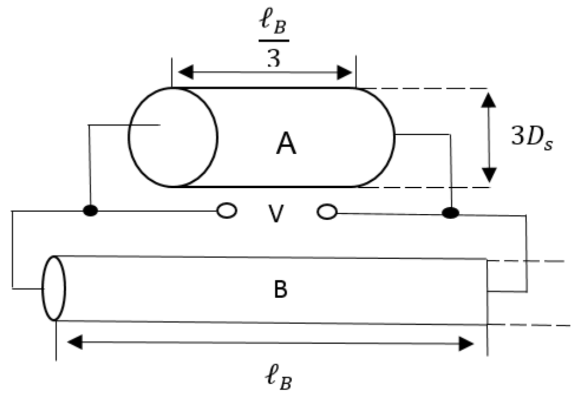
Sustituyendo valores

$$\mathcal{V} = \sqrt{10\ (100)}$$

$\mathcal{V} = 31{,}62\ V$

Problema 54.

Dos conductores del mismo material están conectados a través de una diferencia de potencial común. El conductor A tiene el triple de diámetro y la tercera parte de longitud que el conductor B ¿Cuál es la razón de las potencias por los dos conductores?



SOLUCION

$D_A = 3D_B \; \ell_A = \dfrac{\ell_B}{3}$

La potencia disipada en un alambre está dada por

$$P = \frac{V_2}{R}$$

La resistencia de un alambre está dada por

$$R = p\frac{\ell}{A} = p\frac{\ell}{\pi r^2} = p\frac{\ell}{\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2} = p\frac{4\ell}{\pi D^2}$$

Sustituyendo la resistencia en la expresión de la potencia, se tiene

$$P = \frac{V^2}{p\frac{4\ell}{\pi D^2}} = \frac{\pi D^2 V^2}{4p\ell}$$

La potencia disipada en el alambre A es

$$P_A = \frac{\pi D_A^2 V^2}{4p\,\ell_A}$$

Sustituyendo $D_A = 3D_A \; y \; \ell_A = \ell_B/3$

$$P_A = \frac{\pi(3D_B^2)V^2}{4p\left(\frac{\ell_B}{3}\right)} = \frac{27\pi D_B^2 V^2}{4p\,\ell_B} = \frac{27\pi D_B^2 V^2}{4p\,\ell_B} = 27\,P_B$$

Entonces

$\dfrac{P_A}{P_B} = 27$

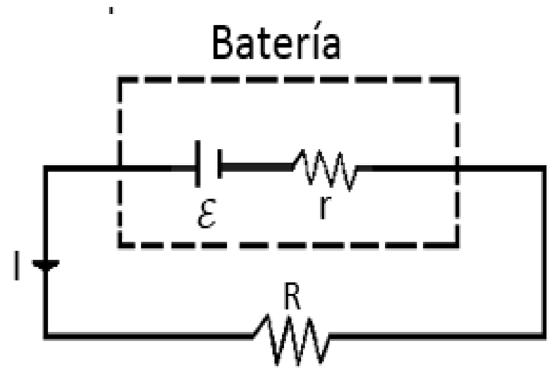
Problema 2

a) ¿Qué potencia se disipa en la resistencia interna de la batería en el circuito descrito en el problema 1?

b) ¿Qué potencia se disipa en el resistor de carga?

SOLUCION

$\mathcal{E} = 9\,V, r = 4\Omega, I = 2A, R = 0.5\Omega$



La potencia disipada por la resistencia interna está dada por

$$P = I^2 R$$

a) Sustituyendo valores para la resistencia interna

$$P = (2)^2(4)$$

$P = 16\,W$

b) Sustituyendo valores para el resistor de carga

$$P = (2)^2(0.5)$$

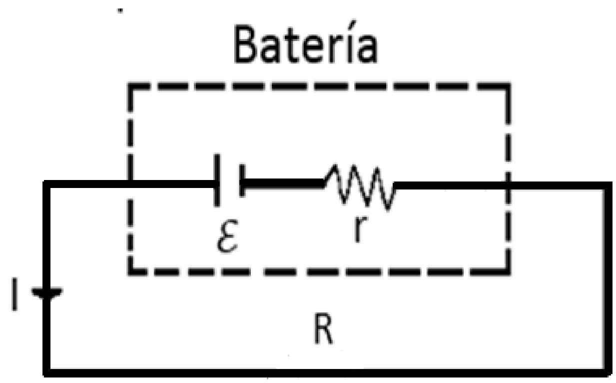
$P = 2\,W$

Problema 4.

Si la fem de una batería es de 9 V y una intensidad de corriente de 45 A se mide cuando la batería se pone en cortocircuito, ¿cuál es la resistencia interna de la batería?

SOLUCION

$\mathcal{E} = 9\ V, I = 45\ A$



La fem, cuando se está en cortocircuito, estas dada por

$$\mathcal{E} = Ir$$

Despejando la resistencia interna, se tiene

$$r = \frac{\mathcal{E}}{I}$$

Sustituyendo los valores

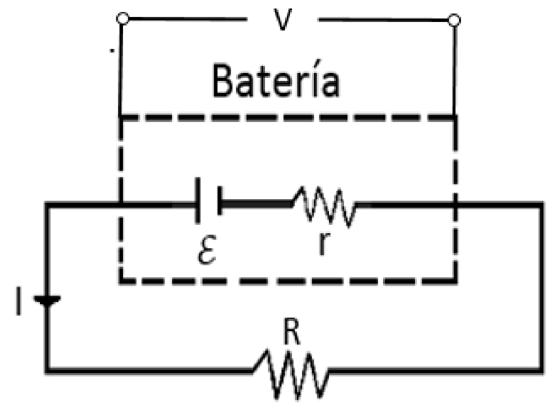
$$r = \frac{9}{45}$$

$r = 0.2\ \Omega$

Problema 6

Una batería tiene fem de 30 V. el voltaje en las terminales de la batería disminuye a 24 V cuando se disipan 25 W de potencia en un resistor externo R.

a) ¿Cuál es el valor de R?
b) ¿Cuál es la resistencia in terna de la batería?



SOLUCION

$\mathcal{E} = 30\ V, V = 24\ V, P = 25W$

a) La potencia disipada en el resistor está dada por

$$P = \frac{V^2}{R}$$

Despejando la resistencia, se tiene

$$R = \frac{V^2}{P}$$

Sustituyendo valores

$$R = \frac{(V)^2}{25}$$

$$R = 23.04\ \Omega$$

b) La fem está dada por

$$\mathcal{E} = IR + Ir = V + Ir$$

Despejando la resistencia interna, se tiene

$$r = \frac{\mathcal{E} - V}{I}$$

La potencia disipada en el resistor de carga está dada por

$$P = IV$$

Despejando la intensidad de corriente y sustituyéndola en la expresión de l - Va resistencia interna, se tiene

$$I = \frac{P}{V}$$

$$r = \frac{\mathcal{E} - V}{\frac{P}{V}} = \frac{(\mathcal{E} - V)\ V}{P}$$

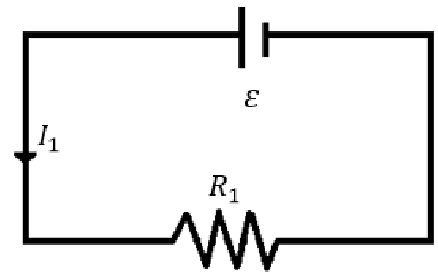
Sustituyendo valores

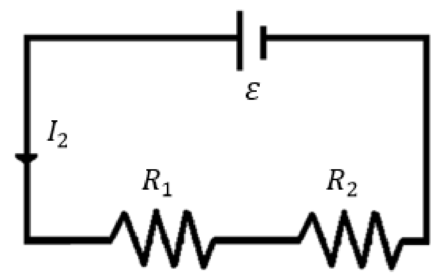
$$r = \frac{(30 - 24)\ 24}{25}$$

$r = 5.76\ \Omega$

Problema 10

En un circuito en serie circula una intensidad de corriente de 5.0 A cuando tiene un resistor R_1. La corriente se reduce hasta 3.0 A cuando se añade un resistor $R_2 = 3\ \Omega$ en serie con el resistor R_1. ¿cuál es el valor de R_1?





SOLUCION

$I_1 = 5.0\ A, I_2 = 3.0\ A, R_2 = 3\ \Omega$

Despreciando la resistencia interna, la diferencia de potencial entre las terminales de la batería (para ambos casos), está dada por

$$V = R_1 I_1 \ y \ V = I_2(R_1 R_2)$$

Igualando las dos expresiones de la diferencia de potencial y despejando la resistencia R_1, se tiene

$$I_1 R_1 = I_2(R_1 + R_2) = I_2 R_2 + I_2 R_2$$

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 = I_2 R_2$$

$$R_1(I_1 - I_2) = I_2 R_2$$

$$R_1(I_1 - I_2) = I_2 R_2$$

$$R_1 = \frac{I_2}{I_1 - I_2} = R_2$$

Sustituyendo los valores

$$R_1 = \frac{3}{5 - 3} = 3$$

$R_1 = 4.5\ \Omega$

PROBLEMA 12

Los focos del problema 11 se reconectan en paralelo a la misma batería (figura A).

a) ¿Cuál es el voltaje a través de R_1 cuando el interruptor está cerrado?
b) ¿Cuál es la intensidad de corriente en $R_1\ y\ R_2$?

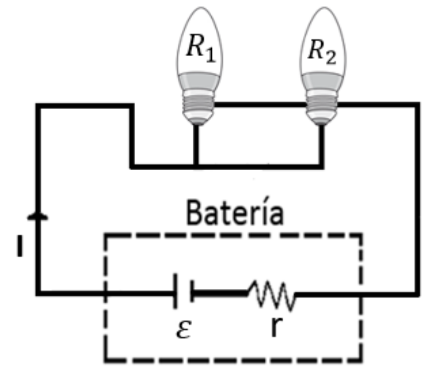


Figura A

SOLUCION $\mathrm{V} = 6\mathrm{V}, \mathrm{r} = 1.5\ \Omega, R_1 = 13\ \Omega, R_2 = 5\ \Omega$

Las resistencias $R_1\ y\ R_2$ están conectadas en paralelo, entonces su resistencia equivalente indicada por R_3es (ver figura B)

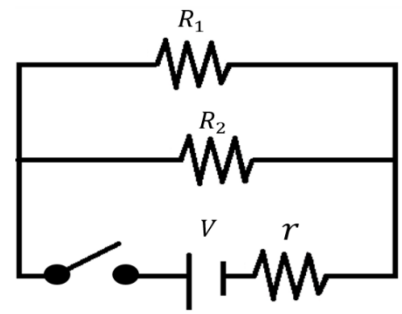


Figura B

$$R_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1\ y\ R_2} = \frac{(13)\ (5)}{13+5} = \frac{65}{18}$$

Las resistencias están $R_3\ y\ r$ en serie, entonces (ver figura C)

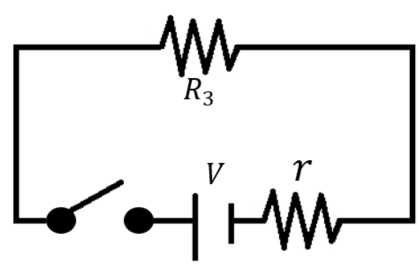


Figura C

$$R_{eq} = R_3 + r = \frac{65}{18} + 1.5 = 5.11\ \Omega$$

a) La intensidad de corriente que pasa por el circuito está dada por

$$I = \frac{V}{R_{eq}}$$

La diferencia de potencial a través de la resistencia R_3 esta dada por

$$V_3 = IR_3$$

Sustituyendo la intensidad de corriente en la expresión de V_3 se tiene

$$V_3 \frac{6}{5.11}\left(\frac{65}{18}\right)$$

$V_3 = 4.24\ V$

b) La intensidad de corriente que pasa por resistencia R_1esta dada por

$$I_1 = \frac{V_3}{R_1}$$

Se utiliza V_3 porque R_1 y R_3 están conectados en paralelo y la diferencia de potencial es la misma en ambas resistencias. Sustituyendo valores

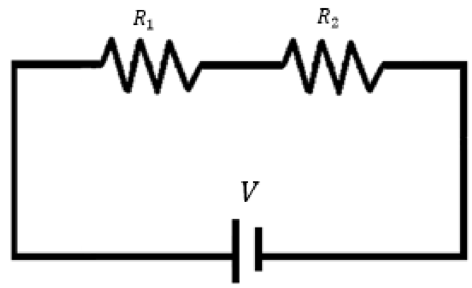
$$I_1 = \frac{4.24}{13} \quad I_2 = \frac{4.24}{5}$$

$I_1 = 0.33\ A, \quad I_2 = 0.85\ A$

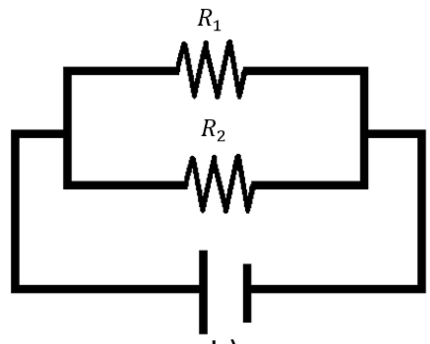
Problema 14

Dos resistores de resistencia $R_1 \; y \; R_2 (R_1 < R_2)$ se conectan en paralelo y después en serie a una batería de voltaje V, como se ilustra en las figuras. En el circuito en paralelo:

a) ¿Cuál resistor disipa más potencia?
b) Verifique que la suma de las potencias disipadas en los resistores es igual a la potencia suministrada por la batería.
c) En el circuito en serie: ¿Cuál resistor disipa más potencia?
d) Verifique que la suma de las potencias disipadas en los resistores es igual a la potencia suministrada por la batería.



a)
Circuito serie
Figura A



b)
Circuito paralelo
Figura B

SOLUCION

a) Como los resistores están conectados en paralelo la diferencia de potencial entre ellos es igual al voltaje entre las terminales de la batería. Entonces la potencia que disipa cada resistor es: (ver figura B).

$$P_1 = \frac{V^2}{R_1}, \qquad P_2 = \frac{V^2}{R_2}$$

Como $R_1 < R_2$ la potencia P_1es mayor

b) La potencia suministrada por la batería es

$$P = \frac{V^2}{R_{eq}}$$

Donde R_{eq} es la resistencia equivalente de los resistores en paralelo, la cual esta dad por

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Sustituyendo la resistencia equivalente en la potencia suministrada por la batería, se tiene

$$P_B = \frac{V^2}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{V^2(R_1 + R_2)}{R_1 R_2}$$

Por otro lado la suma de las potencias disipadas por los resistores es

$$P_1 + P_2 = \frac{V^2}{R_1} + \frac{V^2}{R_2} = V^2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = V^2\left(\frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2}\right) = \frac{V^2(R_2 + R_1)}{R_1 R_2}$$

Comparando la potencia que suministra la batería con la suma de potencia disipadas por los resistores, se observa que son iguales, es decir

$P_B = P_1 + P_2$

c) Como los resistores están conectados en serie (ver figura A del problema), la intensidad de corriente en ambos resistores es la misma y la potencia disipada es

$$P_1 = I^2 R_1 \qquad P_2 = I^2 R_2$$

Como $R_1 < R_2$ la mayor potencia es P_2

d) La potencia suministrada por la batería es

$$P_B = I^2 R_{eq}$$

Donde R_{eq} es la resitencia equivalente de los resistores en serie, la cual es

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

Sustituyendo la resistencia equivalente en la potencia, se tiene

$$P_B = I^2(R_1 + R_2)$$

Por otro lado, la suma de las potencias es

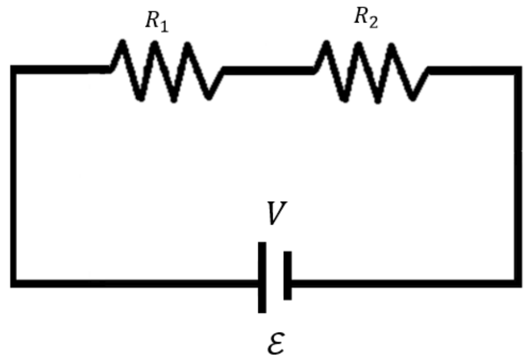
$$P_1 + P_2 = I^2 R_1 + I^2 R_2$$

Con parando la potencia suministrada por la batería con la suma de las potencias disipadas por los resistores, se observa que son iguales, es decir

$$P_B = P_1 + P_2$$

Problema 16

Dos resistores $R_1\ y\ R_2$ se puedes conectar en serie a través de una batería (desprecie la resistencia interna) cuya fem es $\mathcal{E}$. Calcule la razón R_1/R_2 para la cual la potencia disipada en la combinación en paralelo es cuatro veces mayor que para la combinación en serie.



SOLUCION

La potencia disipada en un resistor está dada por

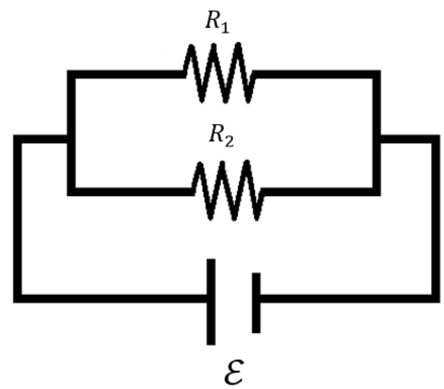
$$P = \frac{\mathcal{E}^2}{R}$$

La resistencia equivalente de dos resistores en serie es

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

Entonces la potencia disipada por la resistencia equivalente es

$$P_s = \frac{\mathcal{E}^2}{R_1 + R_2}$$



La resistencia equivalente de dos resistores en paralelo es

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Entonces la potencia disipada por la resistencia equivalente es

$$P_P = \frac{\mathcal{E}^2}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{\mathcal{E}^2 (R_1 + R_2)}{R_1 R_2}$$

Sustituyendo $P_P = 4P_s$

$$\frac{\mathcal{E}^2 (R_1 + R_2)}{R_1 R_2} = 4\left(\frac{\mathcal{E}^2}{R_1 + R_2}\right)$$

Entonces

$$\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} = \frac{4}{R_1 + R_2}$$

$$(R_1 + R_2)^2 = 4R_1 R_2$$

$$R_1^2 + 2R_1R_2 + (R_2)^2 = 4R_1R_2$$

$$R_1^2 + 2R_1R_2 + R_2^2 = 0$$

$$(R_1 - R_2)^2 = 0$$

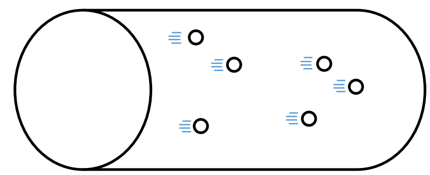
$$R_1 - R_2 = 0$$

$$R_1 = R_2$$

$$\frac{R_1}{R_2} = 1$$

La cantidad de carga q (en C) que pasa a través de una superficie de área 1 mm^2 varia con el tiempo de acuerdo con la expresión q $(t)=4t^3-6t^2+6$, donde t está en s.

a) ¿Cuál es la intensidad de corriente instantánea a través de la superficie en t=2s?
b) ¿Cuál es el valor de la densidad de corriente?
c) ¿En qué instante alcanza la mínima intensidad de corriente instantánea?
A = 1×10^{-6} m^2, $q(t) = 4t^3 - 6t^2 + 6$, t = 2 s



a) La intensidad de corriente eléctrica instantánea está dada por

$$I(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

sustituyendo la carga en la expresión de la intensidad de corriente, se tiene

$$l(t) = \frac{d(4t^3 - 6t^2 + 6)}{dt} = 12t^2 - 12t$$

sustituyendo el valor del tiempo

$$I(2) = 12(2)^2 - 12(2)$$

$$I(2) = 24\ A$$

b) La densisdad de corriente eléctrica esta dada por

$$J(t) = \frac{\mathrm{I(t)}}{A} = \frac{12t^2 - 12t}{A}$$

sustituyendo el valor del tiempo

$$J(2) = \frac{12(2)^2 - 12(2)}{1 \times 10^{-6}}$$

$$J(2) = 24 \times 10^6 A/m^2$$

c) El instante en que la densidad de corriente instantánea es mínima se obtiene de

$$\frac{d(I(t))}{dt} = \frac{d(12t^2 - 12t)}{dt} = 24t - 12$$

igualando a cero la derivada y despejando el tiempo, se tiene

$$24t - 12 = 0$$
$$t = 0.5$$

obteniendo la segunda derivada de la intensidad de corriente eléctrica

$$\frac{d^2\ (I(t))}{dt^2} = 24$$

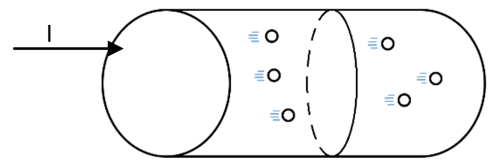
Como la segunda derivada es positiva, el instante obtenido se trata de un valor mínimo
$t = 0.5s$

Suponga que la corriente que circula a través de un conductor decrece exponencialmente con el tiempo de acuerdo con:

$$I(t) = I_0 e^{-t/\mathcal{T}}$$

donde I_0 es la intensidad de corriente inicial (en t = 0) y $\mathcal{T}$ es una constante que tiene dimensiones de tiempo. Considere que se realiza una observación en un punto interno del mismo conductor.

a) ¿Cuánta carga pasa por ese punto t = 0 y t = $\mathcal{T}$?
b) ¿Cuánta carga pasa entre t = 0 y t = 10$\mathcal{T}$
c) ¿Cuánta carga pasa entre t = 0 y t = ∞?



La intensidad de corriente instantánea está dada por

$$I(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

despejando la diferencial de carga, se tiene

$$dq(t) = I(t)dt$$

sustituyendo la expresión de la intensidad de corriente dada en el enunciado del problema en la expresión de la diferencial de carga e integrando, se tiene

$$dq(t) = (I_0 e^{-t/\mathcal{T}})dt$$

$$q(t) = \int_0^{t_1} (I_0 e^{-t/\mathcal{T}})dt = -(I_0 \mathcal{T} e^{-t/\mathcal{T}}) \Big|_0^{t_1}$$

$$= -I_0 \mathcal{T}(e^{-t_1}/\, \mathcal{T})dt = \; I_0 \mathcal{T}(1 - e^{-t_1}/\, \mathcal{T})$$

a) Sustituyendo el valor del tiempo, con $t_1 = \mathcal{T}$

$$q(t) = I_0 \mathcal{T}(1 - e^{-t/\mathcal{T}}) = \; I_0 \mathcal{T}(1 - e^{-1})$$

$q_1 = 0.632\; I_0 \mathcal{T}$

b) Sustituyendo el valor del tiempo, con $t_1 = 10\mathcal{T}$

$$q(t) = I_0 \mathcal{T}(1 - e^{-10\,\mathcal{T}/\mathcal{T}}) = \; I_0 \mathcal{T}(1 - e^{-10})$$

$q_2 = 0.999\; I_0 \mathcal{T}$

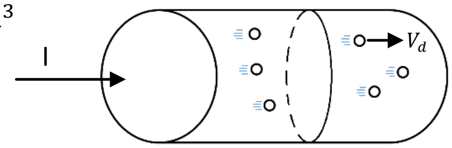
c) Sustituyendo el valor del tiempo con $t_1 = \infty$

$$q(t) = I_0 \mathcal{T}(1 - e^{-\infty/\mathcal{T}}) = \; I_0 \mathcal{T}(1 - e^{-\infty})$$

$q_3 = I_0 \mathcal{T}$

Por un alambre de cobre de 2.54 mm de diámetro circula una corriente de 0.5 calcule la velocidad de derivada suponga que la concentración de electrones libres es 8×10^{28} Electrones/m^3.

$$d = 0.00254m, I = 0.5\ A, n = 8 \times 10^{28}\ electrones/m^3$$



La densidad de corriente está dada por

$$J = \frac{I}{A} = nqv_d$$

despejando la velocidad de derivada, se tiene

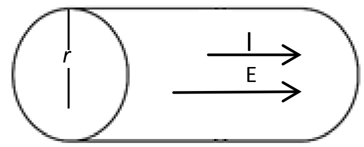
$$v_d = \frac{I}{nqA} = \frac{I}{nq\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2} = \frac{4I}{nq\pi D^2}$$

sustituyendo valores

$$v_d = \frac{4(0.5)}{(8 \times 10^{28})(1.6 \times 10^{-19})\pi(0.00254)^2}$$

$v_d = 7.71 \times 10^{-6} m/s$

Por un alambre de radio uniforme de 0.26 cm fluye una corriente de 10 A producida por un campo eléctrico de magnitud 110 V/m ¿Cuál es la resistividad del material?



$r = 0.0026\ m, I = 10A, E = 110\ V/m$

La resistencia eléctrica está dada por

$$R = p\frac{\ell}{A} = \frac{V}{I}$$

La diferencia de potencial entre los bordes del alambre esta dada por

$$V = E\ell$$

sustituyendo la diferencia de potencial en la expresión de la resistencia, se tiene

$$R = \rho\frac{\ell}{A} = \frac{E\ell}{I}$$

despejando la resistividad, se tiene

$$\rho = \frac{EA}{I}$$

el área trasversal del alambre está dada por

$$A = \pi r^2$$

sustituyendo el área en la expresión de la resistividad, se tiene

$$\rho = \frac{E\pi r^2}{I}$$

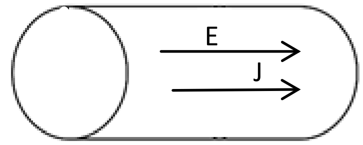
sustituyendo valores

$$\rho = \frac{(0.0026)^2}{10}$$

$\rho = 233.61\ \mu\Omega \cdot m$

Por un alambre de plata circula una densidad de corriente de $3.0 \times 10^{7}\ A/m^{2}$. Determine la magnitud de la intensidad del campo eléctrico en el alambre.

$J = 3.0 \times 10^{7} A/m^{2}, \rho = 1.59 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$



La densidad de corrienta esta dada por

$$J = \sigma E = / \frac{1}{\rho} E$$

despejando la intensidad del campo eléctrico, se tiene

$$E = pJ$$

sustituyendo valores

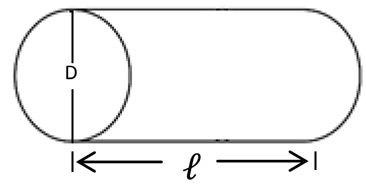
$$E = (1.59 \times 10^{-8})(3.0 \times 10^{7})$$

$E = 0.477\ V/m$

¿Cuál es el diámetro de un alambre de aluminio que tiene una resistencia por unidad de longitud de $5.4\ \times 10^{-3}\Omega/m$ a 20° C?

$$\rho = 2.82 \times 10^{-8}\Omega \cdot m, R/\ell = 5.4 \times \frac{10^{-3}\Omega}{m}, T = 20°\ C$$

La resistencia de un alambre esta dada por



$$R = \rho\frac{\ell}{A}$$

el área transversal del alambre esta dada por

$$A = \pi r^2 = \pi\ (\frac{D}{2})^2 = \frac{\pi D^2}{4}$$

sustituyendo el área en la expresión de la resistencia, se tiene

$$R = \rho\frac{\ell}{\frac{\pi D^2}{4}} = \rho\frac{4\ell}{\pi D^2}$$

Despejando el diámetro se tiene

$$D = \sqrt{\rho\frac{4\ell}{\pi R}} = \sqrt{p\frac{4}{\pi\frac{R}{\ell}}}$$

Sustituyendo valores

$$D = \sqrt{(2.82\ \times 10^{-8})\frac{4}{\pi(5.4 \times 10^{-3})}}$$

$D = 2.58\ mm$

25 alambres de cobre de la misma longitud ℓ y diámetro d, se unen en paralelo para formar un cable de resistencia R ¿Cuál debe ser el diámetro D de un solo alambre de cobre de la misma longitud ℓ para que tenga la misma resistencia?

La resistencia de un conductor esta dada por

$$R = \rho \frac{\ell}{A}$$

El área de un alambre esta dada por:

$$A_1 = \pi r^2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

Pero el conductor esta formado por 25 alambres, entonces el área total es:

$$A = 25A_1 = \frac{25\pi d^2}{4}$$

Sustituyendo el área total en la resistencia, se tiene:

$$R_{25} = \rho \frac{\ell}{\frac{25\pi d^2}{4}} = \rho \frac{4\ell}{25\pi d^2}$$

El área del alambre de diámetro D es

$$A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{\pi D^2}{4}$$

Sustituyendo el área en la resistencia, se tiene

$$R_d = \rho \frac{\ell}{\frac{\pi D^2}{4}} = \rho \frac{4\ell}{\pi D^2}$$

Igualando R_{25} y R_D y despejando D, se tiene

$$\rho \frac{4\ell}{25\pi d^2} = \rho \frac{4\ell}{\pi D^2}$$

$$\frac{1}{25d^2} = \frac{1}{D^2}$$

$$D = \sqrt{25d^2}$$

$$D = \sqrt{25d^2}$$

$D = 5d$

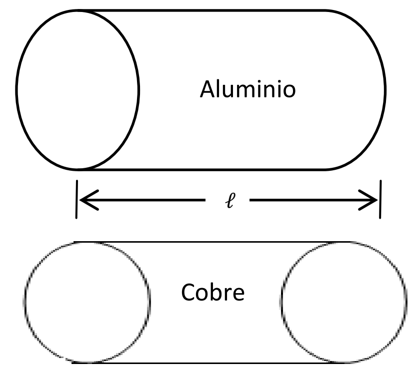
Considere dos alambres de platino y nicromel de la misma longitud y la misma resistencia a una misma temperatura de 20° C. ¿Cuál es la razón r_p/r_n de sus radios?

$$\rho_p = 11 \times 10^{-8}\Omega \cdot m, \rho_n = 150 \times 10^{-8}\Omega \cdot m$$

La resistencia de dos alambres está determinada por

$$R_P = \rho_P \frac{\ell}{A_P} = \rho_P \frac{\ell}{\pi r_p^2} \quad y \quad R_n = \rho_n \frac{\ell}{A_n} = \rho_n \frac{\ell}{\pi r_n^2}$$

Como las resistencias son iguales, se tiene:



$$\rho_P \frac{\ell}{\pi r_p^2} = \rho_n \frac{\ell}{\pi r_n^2}$$

$$\frac{\rho_p}{r_p^2} = \frac{\rho_n}{r_n^2}$$

$$\frac{r_p}{r_n} = \sqrt{\frac{\rho_p}{\rho_n}}$$

Sustituyendo valores

$$\frac{r}{r_n} = \sqrt{\frac{11 \times 10^{-8}}{150 \times 10^{-8}}}$$

$$\frac{r}{r_n} = 0.27$$

Se fabrican dos conductores de cobre con la misma longitud. El conductor A es un alambre solido de 1.0 mm de radio. El conductor B es un tubo cilíndrico de radio interior de 1.0mm y radio exterior de 2.0 mm. ¿Cuál es la relación R_A/R_B entre las resistencias?

$r_A = 0.001\ m, r_{Bi} = 0.001\ m, r_{B_e} = 0.002\ m$

La resistencia de un conductor está dada por

$$R = \rho \frac{\ell}{A}$$

El área del conductor A es

$$A = \pi r_A^2$$

Sustituyendo el área en la resistencia, se tiene

$$R_A = \rho \frac{\ell}{\pi r_A^2}$$

El área del conductor B, es

$$A = \pi\left(r_{B\,e}^2 - r_{Bi}^2\right)$$

Sustituyendo el área en la resistencia, se tiene

$$R_B = \rho \frac{\ell}{\pi\left(r_{Be}^2 - r_{Bi}^2\right)}$$

La relación R_A/R_B es

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho \frac{\ell}{\pi r_A^2}}{\rho \frac{\ell}{\pi(r_{Be}^2 - r_{Bi}^2)}}$$

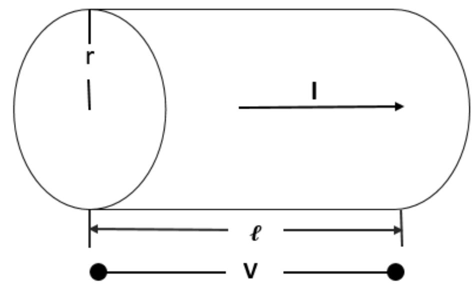
$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{r_{Be}^2 - r_{Bi}^2}{r_A^2}$$

Sustituyendo valores

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{(0.002)^2 - (0.001)^2}{(0.001)^2}$$

$$\frac{R_A}{R_B} = 3$$

Al aplicar una diferencia de potencial de 12 V entre los extremos de un alambre, de longitud 10 m y radio 0.24 mm, se produce una intensidad de corriente de 5.6 A. Con estos datos determine la resistividad del alambre, suponga que se está a una temperatura de 20° C



$V = 11\,V, \ell = 10\,m, r = 0.00024\,m, I = 5.6\,A, T_0 = 20°\,C$

La resistencia de un alambre está dada por

$$R = \rho\,\frac{\ell}{A} = \rho\frac{\ell}{\pi r^2}$$

Por otro lado, la resistencia está dada por

$$R = \frac{V}{I}$$

Igualando las dos expresiones de la resistencia y despejando la resistividad, se tiene

$$\rho = \frac{\ell}{\pi r^2} = \frac{V}{I}$$

$$\rho = \frac{\pi\,V\,r^2}{I\,\ell}$$

Sustituyendo valores

$$\rho = \frac{\pi\,(12)(0.00024)^2}{(5.6)(10)}$$

$\rho = 3.88\ \times 10^{-8}\Omega\ \cdot \mathrm{m}$